Problema 22.12 Hibbeler

Planteamiento
En este problema aplicaremos las definiciones de periodo y frecuencia natural de vibracion:

Para el primer caso:

$$\tau = 0.83\text{seg}$$
$$\omega_{n1} = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{0.83\text{seg}} = 7.57\text{rad/s}$$

Dado que: $$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega_n^2$$

para nuestro caso inicial

$$2k = m_b\omega_{n1}^2$$

Donde el 2 es porque hay dos resortes en paralelo y m_b es la masa de la viga.

En el segundo caso

$$\tau = 1.52\text{seg}$$
$$\omega_{n2} = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{1.52\text{seg}} = 4.13\text{rad/s}$$

Para el segundo caso:

$$2k = (m_b + m)\omega_{n2}^2$$

Igualando las dos ecuaciones encontramos que la masa de la viga es:

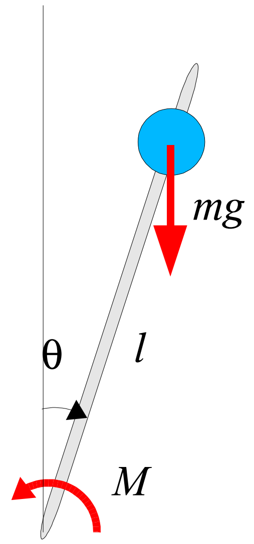
$$m_b = m\frac{\omega_{n2}^2}{\omega_{n1}^2 - \omega_{n2}^2} = (50\text{kg})\frac{(4.13\text{rad/s})^2}{(7.57\text{rad/s})^2\text{-}(4.13\text{rad/s})^2} = 21.2\text{kg}$$

La constante de cada resorte sera:

$$k = \frac{m_b\omega_{n1}^2}{2} = \frac{(21.2\text{kg})(7.57\text{rad/s})^2}{2} = 607\text{N/m}$$

Problema 22.18 Hibbeler

Planteamiento
Para resolver este problema realizamos un DCL del sistema y aplicamos las ecuaciones de movimiento:



$$\sum M_O = mar$$
$$-1.2\theta + mgl\sin\theta = ml^2\ddot{\theta}$$

Para valores pequeños del ángulo:

$$\sin\theta \approx \theta$$

Queda:

$$-1.2\theta + mgl\theta = ml^2\ddot{\theta}$$

Reordenando:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{1.2 - mgl}{ml^2}\right)\theta = 0$$

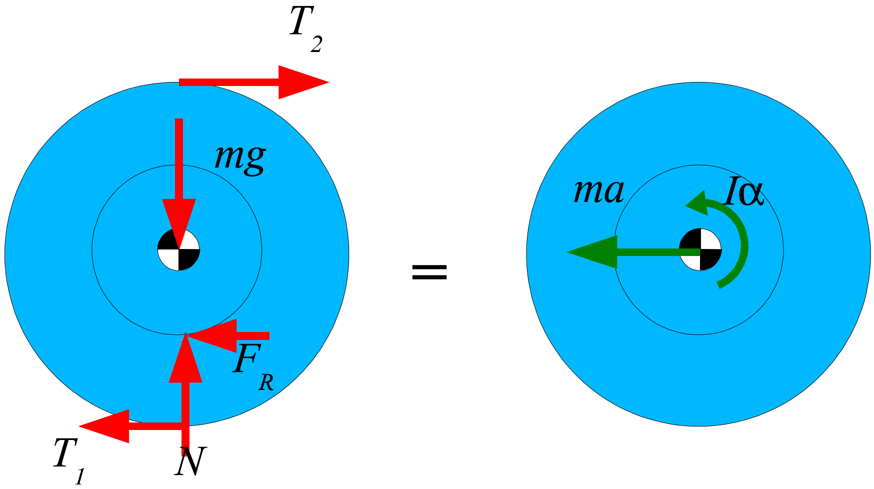
Por semejanza con la ec. Diferencial del movimiento de vibración libre:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1.2 - mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{\text{1.2lbft-(0.4lb)(0.25ft)}}{(\text{0.4lb/32.2ft/s}^2)(\text{0.25ft})^2}} = 37.64\text{rad/s}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{37.64\text{rad/s}} = 0.167s$$

Problema 22.22 Hibbeler

Planteamiento
Para resolver este problema realizamos un DCL del sistema y aplicamos las ecuaciones de movimiento:



Aplicando las ecuaciones de movimiento, en este caso sumatoria de momentos en el punto de rodadura:

$$\sum M_O = mar_1 + I\alpha$$

Por rodadura: $a = \alpha r$

$$-T_1(r_2 - r_1) - T_2(r_2 + r_1) = (mr_1^2 + I)\alpha$$

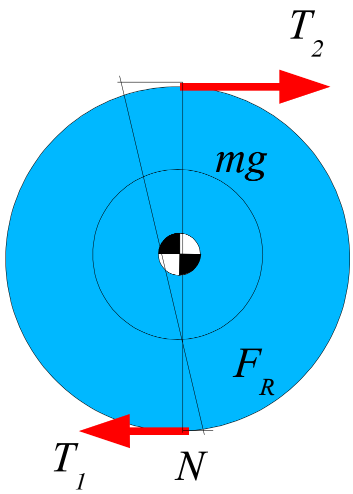
Hallamos los valores de las tensiones en función de valore pequeños de desplazamientos angulares:

$$T_1 = k_1(r_2 - r_1)\theta$$

$$T_2 = k_2(r_2 + r_1)\theta$$

Por lo que la ecuacion de movimiento queda:

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{k_1(r_2 - r_1)^2 + k_2(r_2 + r_1)^2}{mr_1^2 + mk^2} \right)\theta = 0$$



Por lo que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1(r_2 - r_1)^2 + k_2(r_2 + r_1)^2}{m(r_1^2 + k^2)}} = \sqrt{\frac{1(2-1)^2 + 3(2+1)^2}{(50/32.2)(1+1.5^2)}}$$

$$\omega_n = 2.36\text{rad/s}$$

$$\tau = 2.67\text{s}$$