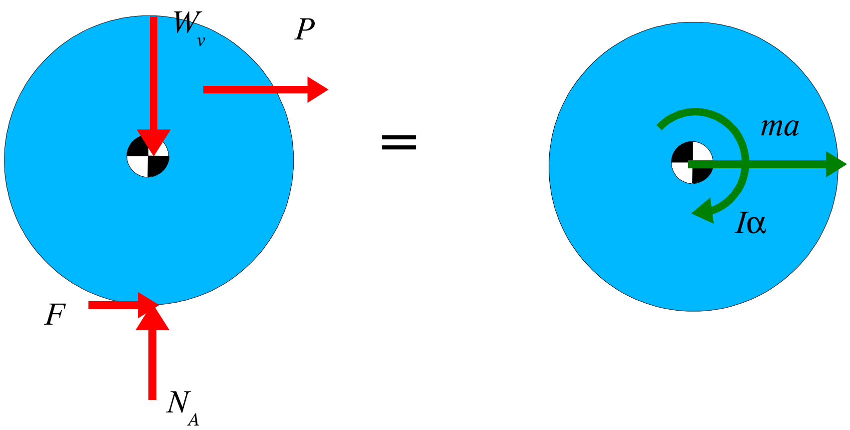
Problema 17.97 Hibbeler

Planteamiento
Para este problema tendremos que considerar dos posibles situaciones: movimiento de rodadura y deslizamiento, se debe evaluar primero rodadura y ver si este caso es posible, sino se analiza el fenómeno como deslizamiento.



Aplicamos las ecuaciones de Movimiento:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow P + F = ma$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg - N_A = 0$$
$$\sum M_G = \bar{I}\alpha \Rightarrow F(0.4\text{m}) - P(0.25\text{m}) = -\bar{I}\alpha$$

Probaremos primero la condición de rodadura, en este caso: $a = \alpha r$

Sustituyendo esto en la primera y tercera ecuación de movimiento y teniendo en cuenta que la inercia se puede representar en función del radio de giro obtenemos:

$$P + F = m\alpha r$$
$$F(0.4\text{m}) - P(0.25\text{m}) = -mk^2\alpha$$

Reemplazando valores queda:

$$600 + F = 100(0.4)\alpha$$
$$F(0.4) - 600(0.25) = -(100)(0.3)^2\alpha$$

Despejando para F=24.1 N

Prueba: verificamos si este valor es menor a la fricción máxima, en este caso:

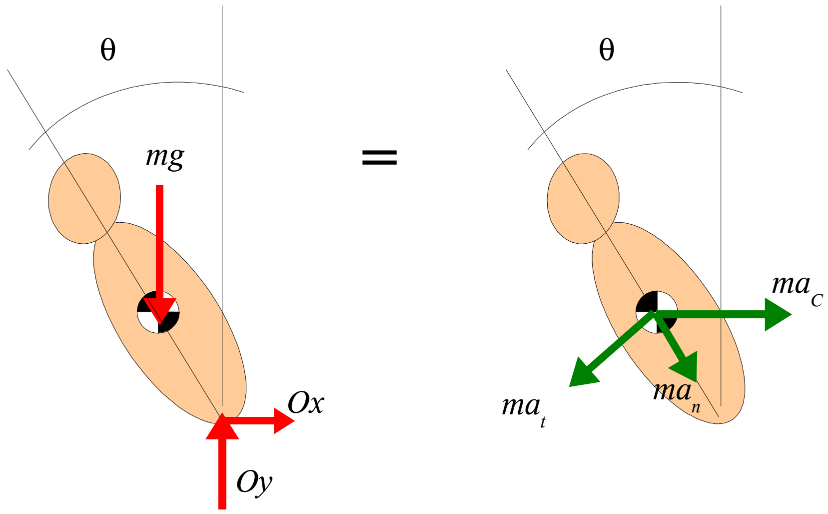
$$F_{\max} = \mu_S N = \mu_S mg = 0.2(100\text{kg})(9.81\text{m/s}^2) = 196.2\text{N}$$

Se comprueba que es menor por lo que si hay rodadura, en este caso la aceleracion angular se depeja de cualquiera de las dos ecuaciones anteriores:

$$\alpha = 15.60\text{rad/s}^2$$

Problema 17.98 Hibbeler

Planteamiento
Para este problema plantearemos un DCL para una posición arbitraria de tal manera que nos permita obtener una función de aceleración que pueda integrarse y así obtener la velocidad. Otro aspecto importante a tener en cuenta es que el marco de referencia del vehículo se encuentra acelerado, por lo que hay que tener en cuenta la aceleración del mismo dentro de los calculos:



Aplicamos la sumatoria de momentos en O.

$$\sum M_O = ma_t r + \bar{I}\alpha - ma_c r\cos\theta$$

$$mgr \cdot \mathrm{sen}\theta = ma_t r + mk^2\alpha - ma_c r\cos\theta$$

Pero: $a_t = \alpha r$, por lo que la ecuacion queda:

$$mgr \cdot \mathrm{sen}\theta = m\alpha r^2 + mk^2\alpha - ma_c r\cos\theta$$

Despejando α

$$\alpha = \frac{r}{r^2+k^2}(g \cdot \mathrm{sen}\theta + a_c\cos\theta)$$

Para integrar esta ecuación con respecto a el ángulo hacemos:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}d\theta = \frac{r}{r^2+k^2}(g \cdot \mathrm{sen}\theta + a_c\cos\theta)d\theta$$

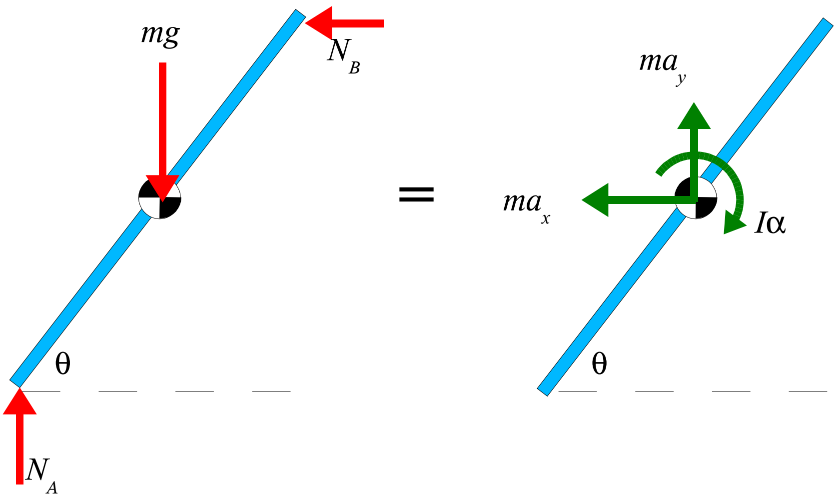
$$\omega d\omega = \frac{r}{r^2+k^2}(g \cdot \mathrm{sen}\theta + a_c\cos\theta)d\theta \quad \text{Integrando: } \int_0^\omega \omega d\omega = \frac{r}{r^2+k^2}\int_0^\theta (g \cdot \mathrm{sen}\theta + a_c\cos\theta)d\theta$$

$$\frac{\omega^2}{2} = \frac{r}{r^2+k^2}(g(1-\cos\theta) + a_c\mathrm{sen}\theta) = \frac{(1.9\mathrm{ft})}{(1.9\mathrm{ft})^2+(0.7\mathrm{ft})^2}(32.2(0.134)+50\cdot 0.5)\mathrm{ft/s^2} = 13.59s^{-2}$$

$$\omega = 5.21\mathrm{rad/s}$$

Problema 17.106 Hibbeler

Planteamiento
En este problema, además de las ecuaciones de movimiento sera necesario realizar un análisis de aceleraciones con el fin de relacionar las variables existentes:



Ecuaciones de movimiento:

$$\sum F_x = -ma_x \Rightarrow N_B = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow N_A - mg = ma_y$$
$$\sum M_G = -\bar{I}\alpha$$

Para poder relacionar las variables cinematicas y contar con un numero adecuado de incognitas, se debe realizar un análisis cinematico de aceleraciones. En este caso como la barra parte del reposo, su velocidad angular es cero en el instante mostrado.

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \alpha_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A}$$
$$-a_B\mathbf{j} = -a_A\mathbf{i} - \alpha_{AB}\mathbf{k} \times (l\cos\theta\,\mathbf{i} + l\sin\theta\,\mathbf{j})$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 0 = -a_A + \alpha_{AB} l\sin\theta \Rightarrow a_A = \alpha_{AB} l\sin\theta \\ -a_B = -\alpha_{AB} l\cos\theta \Rightarrow a_B = \alpha_{AB} l\cos\theta \end{cases}$$

Con esto podemos determinar las componentes de la aceleración del centro de masa:

$$\mathbf{a}_G = \mathbf{a}_A + \alpha_{AB} \times \mathbf{r}_{G/A} \Rightarrow \mathbf{a}_G = -\alpha_{AB} l\sin\theta\,\mathbf{i} - \alpha_{AB}\mathbf{k} \times (l/2\cos\theta\,\mathbf{i} + l/2\sin\theta\,\mathbf{j})$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} -a_{Gx} = -\alpha_{AB} l\sin\theta + \alpha_{AB}\dfrac{l}{2}\sin\theta \Rightarrow a_{Gx} = \alpha_{AB}\dfrac{l}{2}\sin\theta \\ a_{Gy} = -\alpha_{AB}\dfrac{l}{2}\cos\theta \end{cases}$$

Reemplazando en las ecuaciones de movimiento:

$$N_B = m\alpha_{AB}\frac{l}{2}\sin\theta$$

$$N_A - mg = -m\alpha_{AB}\frac{l}{2}\cos\theta$$

$$N_B\frac{l}{2}\sin\theta - N_A\frac{l}{2}\cos\theta = -\bar{I}\alpha_{AB}$$

Sustituyendo las dos primeras en la tercera obtenemos:

$$m\alpha_{AB}\left(\frac{l}{2}\sin\theta\right)^2 - \left(mg - m\alpha_{AB}\frac{l}{2}\cos\theta\right)\frac{l}{2}\cos\theta = -\frac{ml^2}{12}\alpha_{AB}$$

Despejando para α_{AB}

$$\alpha_{AB} = \frac{3g}{2l}\cos\theta$$