Problema 16.141 Hibbeler

Planteamiento

Ubicaremos un SCR en el cuerpo CD con origen en C y con los ejes coordenados alienados con los ejes x y y convencionales. El análisis lo dividiremos en dos: velocidades y aceleraciones.

Análisis de Velocidades

La ecuación de velocidades relativas para SCR quedara de la siguiente forma:

$$\mathbf{v}_{B} = \vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A} = v_{B/B} \cdot \hat{\lambda} + \vec{\omega}_{CD} \times \mathbf{r}_{B/C}$$

Donde el vector lambda va dirigido en dirección de la ranura CD

Expandiendo los productos vectoriales:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -3 \\ 100 & 0 & 0 \end{vmatrix} = v_{B/B} \cdot (0.5\mathbf{i} + 0.866\mathbf{j}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{CD} \\ 100 & 173.2 & 0 \end{vmatrix}$$

De lo anterior obtenemos es siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}
0 = 0.5v_{B/B'} - 173.2\omega_{CD} \\
-300 = 0.866v_{B/B'} + 100\omega_{CD}
\end{cases}$$

Resolviendo este sistema obtenemos: $\omega_{CD} = -0.75 \text{ rad/s(CW)}; \ v_{B/B'} = -260 \text{ mm/s} \text{ s/s}$

Análisis de Aceleraciones

Planteamos la ecuación de aceleraciones relativas para SCR:

$$\mathbf{a}_{B} = \vec{\alpha}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega_{AB}^{2} \mathbf{r}_{B/A} = a_{B/B} \cdot \hat{\lambda} + \vec{\alpha}_{CD} \times \mathbf{r}_{B/C} - \omega_{BC}^{2} \mathbf{r}_{B/C} + 2\vec{\omega}_{BC} \times \mathbf{v}_{B/B}$$

Desarrollando los productos vectoriales:

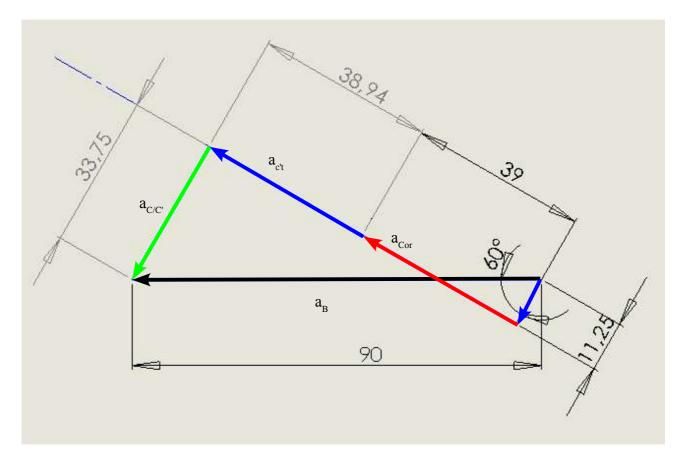
$$-(3)^{2}(100\mathbf{i}) = a_{B/B'}(0.5\mathbf{i} + 0.866\mathbf{j}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \alpha_{CD} \\ 100 & 173.2 & 0 \end{vmatrix} - (-0.75)^{2}(100\mathbf{i} + 173.2\mathbf{j}) + 2(-260) \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -0.75 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \end{vmatrix}$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -900 = 0.5a_{B/B}, -173.2\alpha_{CD} - 56.25 - 337.74 \\ 0 = 0.866a_{B/B}, +100\alpha_{CD} - 97.43 + 195 \end{cases}$$

De lo cual se obtiene: $\alpha_{CD} = 1.95 \text{ rad/s}^2$; $a_{B/B'} = -337.8 \text{ mm/s}^2$

Solución gráfica del problema anterior: escala 1=10mm/s²



Problema 16.144 Hibbeler

Planteamiento

Ubicaremos un SCR en el cuerpo AB con origen en A con los ejes x y y en la dirección convencional. El análisis lo dividiremos en dos: velocidades y aceleraciones.

Análisis de Velocidades

$$\mathbf{v}_C = \vec{\omega}_{DC} \times \mathbf{r}_{C/D} = v_{C/C} \cdot \hat{\lambda} + \vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{r}_{C/A}$$

En este caso, el vector lambda va dirigido en dirección AB. Desarrollando esta ecuación:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{CD} \\ 0 & 0.5 & 0 \end{vmatrix} = v_{C/C} \cdot (0.866\mathbf{i} - 0.5\mathbf{j}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 3 \\ 0.6495 & -0.375 & 0 \end{vmatrix}$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -0.5\omega_{CD} = 0.866v_{C/C'} + 1.125\\ 0 = -0.5v_{C/C'} + 1.949 \end{cases}$$

Resolviendo:
$$v_{C/C'} = 3.90 \text{m/s}; \omega_{CD} = -9 \text{rad/s}$$

Análisis de Aceleraciones

Planteamos la ecuación de aceleraciones relativas para SCR:

$$\mathbf{a}_C = \vec{\alpha}_{CD} \times \mathbf{r}_{C/D} - \omega_{CD}^2 \mathbf{r}_{C/D} = a_{C/C} \cdot \hat{\lambda} + \vec{\alpha}_{AB} \times \mathbf{r}_{C/A} - \omega_{AB}^2 \mathbf{r}_{C/A} + 2\vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{v}_{C/C}$$

Desarrollamos los productos vectoriales. En este caso los vectores los representaremos como columnas para ahorrar espacio.

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \alpha_{CD} \\ 0 & 0.5 & 0 \end{vmatrix} - (-9)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} = a_{C/C} \begin{pmatrix} 0.866 \\ -0.5 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 5 \\ 0.6495 & -0.375 & 0 \end{vmatrix} - (3)^2 \begin{pmatrix} 0.6495 \\ -0.375 \end{pmatrix} + 2(3.9) \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 3 \\ 0.866 & -0.5 & 0 \end{vmatrix}$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -0.5\alpha_{CD} = 0.866a_{C/C'} + 1.875 - 5.8455 + 11.7 \\ -40.5 = -0.5a_{C/C'} + 3,25 + 3.375 + 20.26 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema queda: $a_{C/C} = 134,77 \text{ m/s}^2; \alpha_{CD} = -248,88 \text{ rad/s}^2$

Solución gráfica del problema anterior. Escala $1 = 1 \text{m/s}^2$

