Problema 16.109 Hibbeler

Planteamiento

Para hallar la aceleración del punto B, es necesario encontrar un punto con aceleración conocida, con el fin de aplicar la ecuación de aceleraciones relativas. Este no es un asunto tan trivial, pero se aprovechara el hecho que la rueda gira sin deslizar.
Puede demostrarse fácilmente que para el caso de rodadura la magnitud de la aceleración del centro de la rueda es:

$$a_C = \alpha r$$

Con esto tenemos un punto de referencia para aplicar la ecuación:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{B/C}$$

Como se trata de dos puntos en el mismo cuerpo rígido:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_C + \vec{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/C} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/C}$$

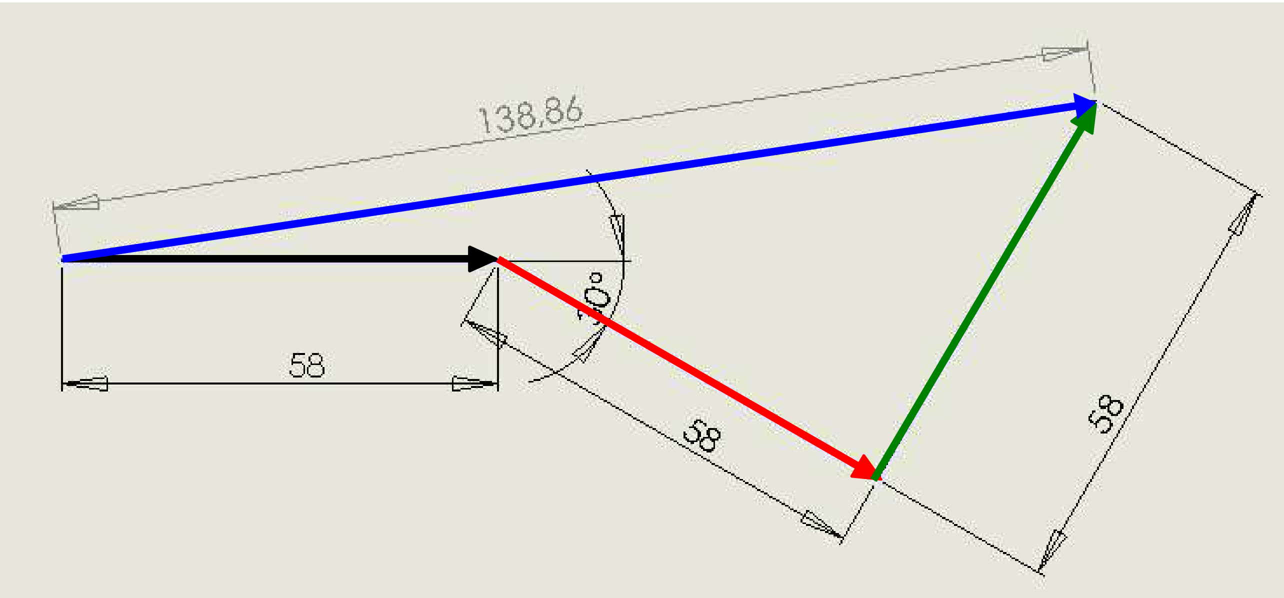
Desarrollando la ecuación:

$$\mathbf{a_B} = (5.8\text{ft/s}^2\mathbf{i}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -4\text{rad/s}^2 \\ -1.256\text{ft} & 0.725\text{ft} & 0 \end{vmatrix} - (2\text{rad/s})^2(-1.256\mathbf{i} + 0.725\mathbf{j})\text{ft}$$

De lo cual queda:

$$\mathbf{a_B} = (5.8 + 2.9 + 5.024)\text{ft/s}^2\mathbf{i} + (5.024 - 2.9)\text{ft/s}^2\mathbf{j} = (13.724\mathbf{i} + 2.124\mathbf{j})\text{ft/s}^2$$

ap=13.89 ft/s², (Escala del poligono 10=1ft/s2



Problema 16.117 Hibbeler

Planteamiento
En este tipo de problemas es necesario dividir el proceso en dos partes, primero realizar un análisis de velocidades por cualquiera de los métodos vistos antes, después realizar el análisis de aceleraciones.

Análisis de Velocidades:
Puede verse por simple inspección que el centro instantáneo de la barra AB esta en el infinito, lo cual facilita los cálculos porque para que el cuerpo sea rígido $v_A=v_B$. Por lo tanto:

$$\omega_{AB}=0$$
$$\omega_{BC}=\frac{2.5\text{ft/s}}{1.5\text{ft}}=1.667\text{rad/s (CCW)}$$

Análisis de Aceleraciones:
Como se vera mas adelante, el hecho que la velocidad angular de AB sea cero en el instante estudiado, no implica que su aceleración angular también lo sea. Partiermos de la ecuación para cada uno de los eslabones y luego las uniremos en una sola ecuación:

Para el disco: $\mathbf{a}_A=\vec{\alpha}\times\mathbf{r}-\omega^2\mathbf{r}$

Para AB: $\mathbf{a}_B=\mathbf{a}_A+\vec{\alpha}_{AB}\times\mathbf{r}_{B/A}-\omega_{AB}{}^2\mathbf{r}_{B/A}$

Para BC: $\mathbf{a}_B=\vec{\alpha}_{CB}\times\mathbf{r}_{B/C}-\omega_{CB}{}^2\mathbf{r}_{B/C}$

Uniendo las tres ecuaciones en una sola:

$$\vec{\alpha}_{CB}\times\mathbf{r}_{B/C}-\omega_{CB}{}^2\mathbf{r}_{B/C}=\vec{\alpha}\times\mathbf{r}-\omega^2\mathbf{r}+\vec{\alpha}_{AB}\times\mathbf{r}_{B/A}-\omega_{AB}{}^2\mathbf{r}_{B/A}$$

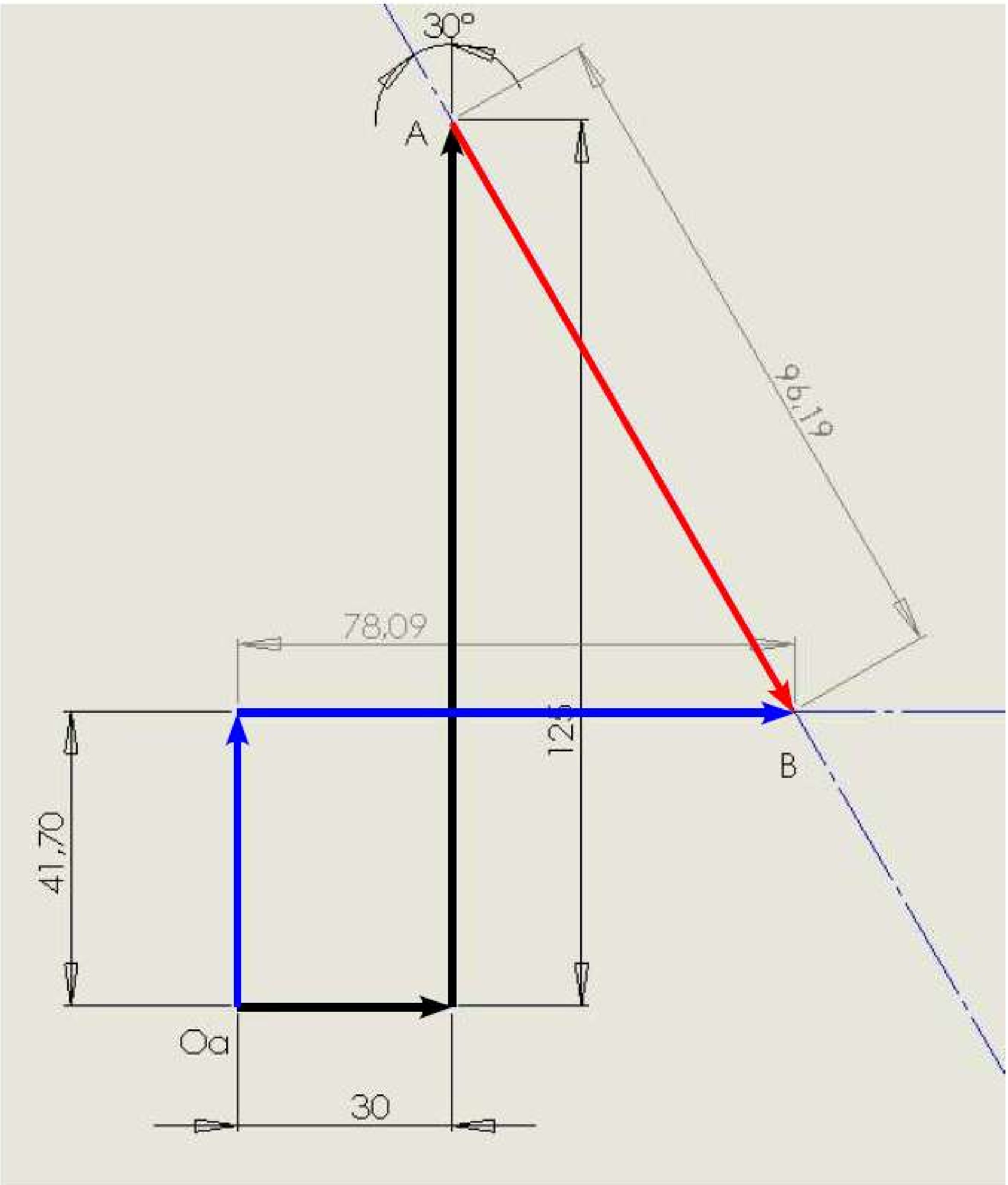
Desarrollando los productos vectoriales:

$$\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & \alpha_{CB}\\ 0 & -1.5 & 0\end{vmatrix}-(1.667)^2(-1.5\mathbf{j})=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & 6\\ 0 & -0.5 & 0\end{vmatrix}-(5)^2(-0.5\mathbf{j})+\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & \alpha_{AB}\\ 1.732 & 1 & 0\end{vmatrix}$$

Obtenemos dos ecuaciones escalares:

$$\begin{cases}1.5\alpha_{CB}=3-\alpha_{AB}\\ 4.17=12.5+1.732\alpha_{AB}\end{cases}$$

De lo cual obtenemos:
$$\alpha_{AB}=-4.81\text{rad/s}^2;\alpha_{CB}=5.21\text{rad/s}^2$$



ala: 10 unidades=1ft/s^2

Problema 16.119 Hibbeler

Planteamiento
En este tipo de problemas es necesario dividir el proceso en dos partes, primero realizar un análisis de velocidades por cualquiera de los métodos vistos antes, después realizar el análisis de aceleraciones.

Análisis de Velocidad
En este caso desarrollaremos la solución por álgebra de vectores para compararla con la de aceleraciones, queda como ejercicio al lector resolverlo por método gráfico y por CIV.
La ecuación de velocidad relativa para el elemento BA es:

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \vec{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

Pero como las direcciones de las velocidades son conocidas:

$$v_B \hat{\lambda} = v_A \mathbf{j} + \vec{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

Desarrollando:

$$v_B(\cos 30\mathbf{i} - sen30\mathbf{j}) = (-8)\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{AB} \\ -2 & 3.46 & 0 \end{vmatrix}$$

Obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} 0.866 v_B = -3.46\omega_{AB} \\ -0.5 v_B = -8 - 2\omega_{AB} \end{cases}$$

Resolviendo obtenemos: $\omega_{AB} = -2\text{rad/s}; v_B = 8\text{ft/s}$

Análisis de Aceleraciones
Partiendo de la ecuación: $\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \vec{\alpha}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega_{AB}{}^2 \mathbf{r}_{B/A}$

Desarrollando:

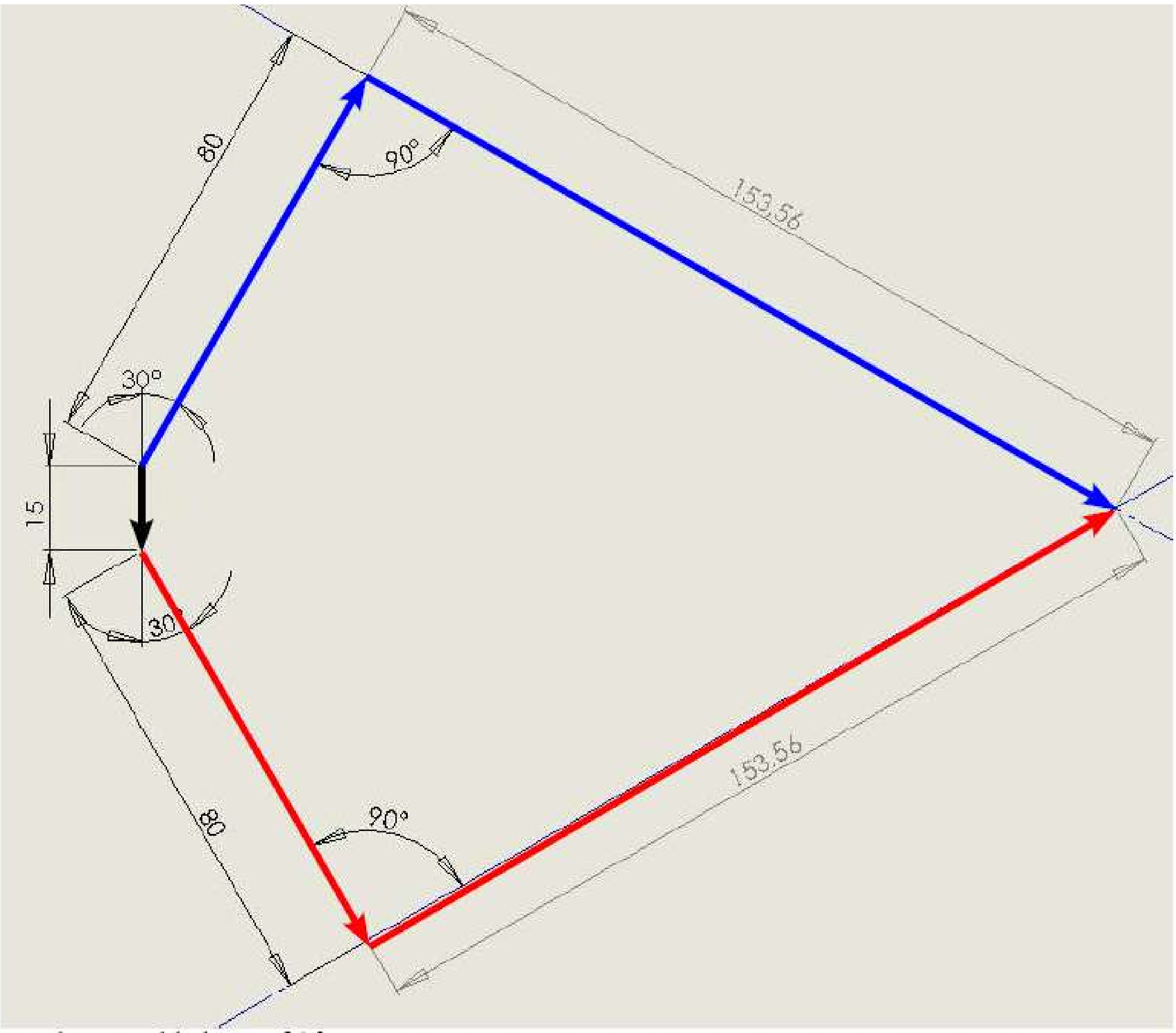
$$a_{Bt}\underbrace{(\cos 30\mathbf{i} - sen30\mathbf{j})}_{\hat{\lambda}} + \left(\frac{v_B^2}{\rho}\right)\underbrace{(sen30\mathbf{i} + \cos 30\mathbf{j})}_{\hat{n}} = a_A\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \alpha_{AB} \\ -2 & 3.46 & 0 \end{vmatrix} - (2)^2(-2\mathbf{i} + 3.46\mathbf{j})$$

Obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 0.866\mathbf{a}_{Bt} + 8 = -3.46\alpha_{AB} + 8 \\ -0.5\mathbf{a}_{Bt} + 13.86 = -3 - 2\alpha_{AB} - 13.84 \end{cases}$$

De lo cual queda: $\alpha_{AB} = 7.68\text{rad/s}^2, a_{Bt} = 30.7\text{ft/s}^2$

Este resultado lo podemos corroborar gráficamente:



Escala: 10 unidades =2 ft/s^2.