Problema 16.60 Hibbeler

Planteamiento
Este problema lo dividiremos en dos, primero hallaremos la velocidad de CD utilizando dos métodos, resolución de la ecuación de velocidades relativas por álgebra de vectores y por métodos geométricos. Luego, por medio de relación de radios hallamos la velocidad de F.

Para la barra AB, que se encuentra en rotación pura.

$$\mathbf{v}_B = \vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

Para la Barra DC que también se encuentra en rotación pura:

$$\mathbf{v}_C = \vec{\omega}_{DC} \times \mathbf{r}_{C/D}$$

Para la barra BC que sen encuentra en Movimiento Plano General

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_B + \vec{\omega}_{CB} \times \mathbf{r}_{C/B}$$

Combinando estas tres ecuaciones obtenemos una sola ecuación vectorial:

$$\vec{\omega}_{DC} \times \mathbf{r}_{C/D} = \vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A} + \vec{\omega}_{CB} \times \mathbf{r}_{C/B}$$

Expandiendo los productos vectoriales en forma matricial:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{DC} \\ 0 & 150 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 75 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{CB} \\ 86.6 & 50 & 0 \end{vmatrix}$$

Con esto obtenemos dos ecuaciones escalares no triviales, para x y para y:

$$\begin{cases} -150\omega_{DC} = -450 - 50\omega_{CB} \\ 0 = 0 + 86.6\omega_{CB} \end{cases}$$

El sistema anterior da como resultado: $\omega_{CB} = 0; \omega_{DC} = 3rad/s$

Esto puede corroborarse gráficamente, ya que no puede formarse un triángulo con las velocidades mostradas.

Finalmente usamos la relación de radios para hallar la velocidad angular de F

$$\omega_F = \frac{r_D}{r_F}\omega_{DC} = \frac{100}{25}3\text{rad/s} = 12\text{rad/s}$$

Problema 16.76 Hibbeler

Planteamiento
Para resolver este problema emplearemos tres ecuaciones de velocidad relativa, la primera entre A y B, La segunda entre A y D y la tercera entre D y C.

Para el cuerpo AB:

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/A}$$

Es importante establecer aquí que: $\vec{\omega}_{AB} = \vec{\omega}_{BA}$ porque se trata del mismo cuerpo, pero $\mathbf{r}_{A/B} \neq \mathbf{r}_{B/A}$

Expandiendo la ecuación de este cuerpo queda:

$$v_B\mathbf{i} = -v_A\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{AB} \\ -440 & 330 & 0 \end{vmatrix}$$

la cual puede reducirse al siguiente sistema:

$$\begin{cases} v_B = -330\omega_{AB} \\ 0 = -v_A - 440\omega_{AB} \end{cases}$$

Como v_A=4000 mm/s entonces se obtiene: $\omega_{AB} = -9.09\text{rad/s}; v_B = 3000\text{mm/s}$

Con la velocidad angular de AB conocida plantemos la segunda ecuación entre A y D

$$\mathbf{v}_D = \mathbf{v}_A + \vec{\omega}_{AD} \times \mathbf{r}_{D/A}$$

Simultáneamente aplicamos la ecuación entre D y C:

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_D + \vec{\omega}_{DC} \times \mathbf{r}_{C/D}$$

Combinamos ambas ecuaciones $\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_A + \vec{\omega}_{AD} \times \mathbf{r}_{D/A} + \vec{\omega}_{DC} \times \mathbf{r}_{C/D}$

Desarrollamos en forma matricial:

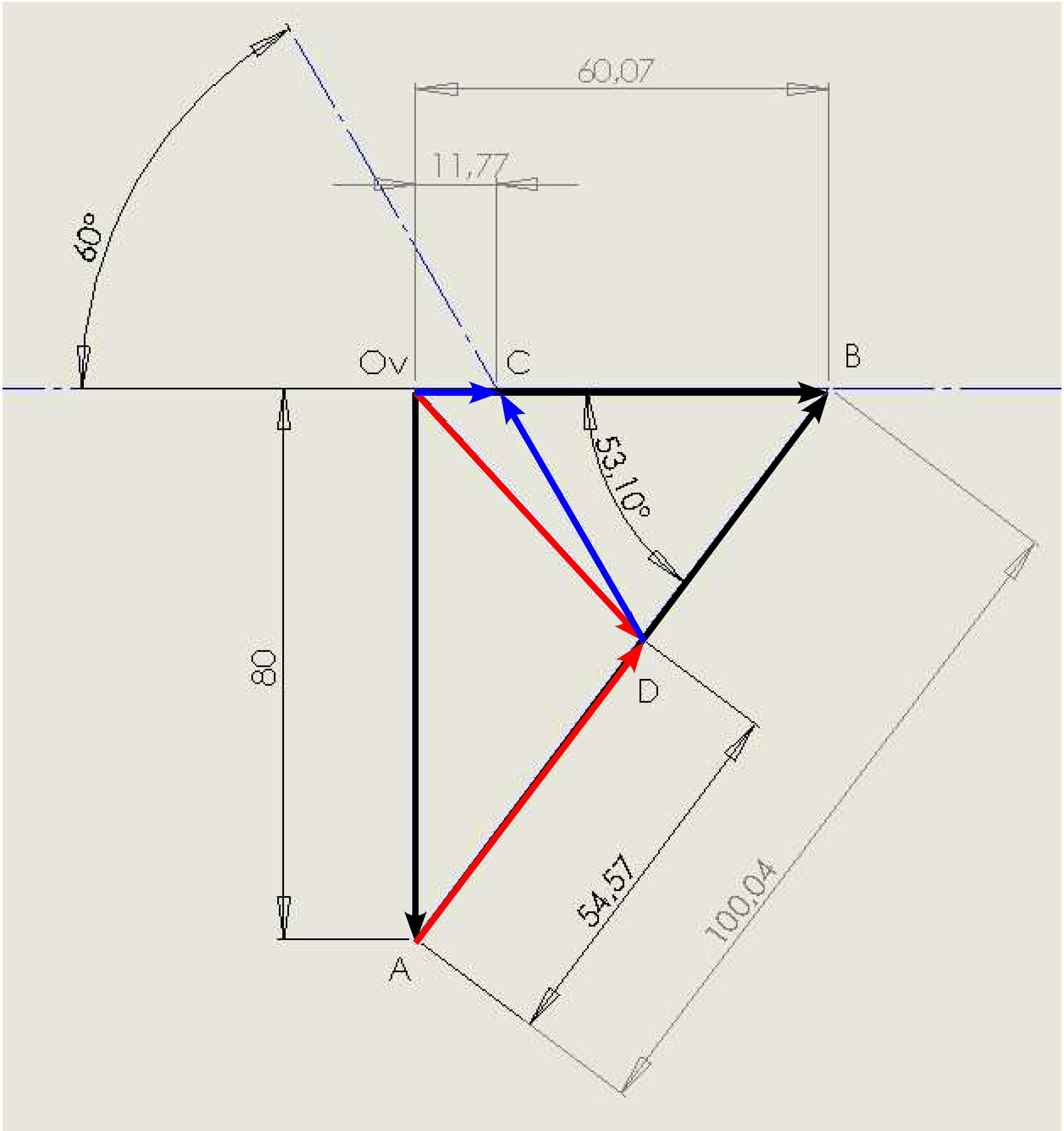
$$v_C\mathbf{i} = -v_A\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -9.09 \\ -240 & 180 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_{DC} \\ 346.4 & 200 & 0 \end{vmatrix}$$

Obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} v_C = 1636.2 - 200\omega_{DC} \\ 0 = -4000 + 2181.6 + 346.4\omega_{DC} \end{cases}$$

De lo cual obtenemos: $\omega_{DC} = 5.25\text{rad/s}; v_C = 586.2\text{mm/s}$

En la siguiente figura se muestra una solución gráfica para el problema anterior:



Nota: Escala 1 unidad de dibujo=50 mm/s