Problema 16.35 Hibbeler

Planteamiento
En este problema usaremos el triángulo ABE para relacionar las variables que nos solicita el enunciado.

Partiendo de: $x = l \cdot \cos\theta$

Derivamos con respecto al tiempo:

$$\dot{x} = -l\dot{\theta} \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Donde en este caso la derivada de x, representa la velocidad de CD tomando como dirección positiva la dirección en la que aumenta x, si la derivada del ángulo se toma como la velocidad angular, entonces:

$$v_C = -l\omega \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Para obtener una expresión de la aceleración, derivamos nuevamente respecto al tiempo.

$$\ddot{x} = -l\ddot{\theta} \cdot \operatorname{sen}\theta - l(\dot{\theta})^2 \cos\theta$$

Pero como la velocidad angular es constante:

$$a_C = -l\omega^2 \cos\theta$$

Hay que tener mucho cuidado con la interpretación de los signos, en este caso lo que nos indican es que tanto aceleración como velocidad van hacia la derecha si ω aumenta y el ángulo θ es menor de $\pi/2$.

Problema 16.44 Hibbeler

Planteamiento
En este problema usaremos las funciones trigonométricas básicas para relacionar dos triángulos, luego derivaremos para hallar la información solicitada.

Para el triángulo ACO

$$y = d\tan\phi$$

Para el triángulo BOD

$$x = h\tan\phi$$

Obsérvese que $\phi + \theta = \pi/2$

Combinando estas dos ecuaciones:

$$x = \frac{h}{d}y$$

Lo cual es lógico si se observa que se trata de triángulos semejantes.
Ahora podemos derivar fácilmente para obtener la relación de velocidades.

$$v_B = \frac{h}{d}v_A$$

Que en este caso es independiente de θ

Problema 16.47 Hibbeler

Planteamiento
A partir del triángulo ACO y teniendo en cuenta que la variación de la longitud del tramo AC, el cual llamaremos s, es equivalente a la magnitud de la velocidad del bloque, de igual manera se puede establecer una relación similar con la segunda derivada de s y la aceleración del bloque.

Como no se trata de un triángulo rectángulo usaremos la Ley del Coseno para establecer la relación entre las variables.

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

Derivando respecto al tiempo obtenemos:

$$s\dot{s} = ab\dot{\theta} \cdot \mathrm{sen}\theta$$

despejando s punto y teniendo en cuenta ce la derivada del ángulo es igual a ω

$$\dot{s} = \frac{ab\dot{\theta} \cdot \mathrm{sen}\theta}{s} = \frac{ab\omega \cdot sen\theta}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}}$$

Reemplazando por los valores dados:

$$\dot{s} = \frac{15\omega \cdot sen\theta}{\sqrt{34 - 30\cos\theta}}$$

Para hallar la expresión de la aceleración partiremos de la segunda ecuación, derivándola respecto al tiempo.

$$s\ddot{s} + (\dot{s})^2 = ab\left((\dot{\theta})^2 \cdot \cos\theta + \ddot{\theta} \cdot \mathrm{sen}\theta\right)$$

Despejando la segunda derivada de s y teniendo en cuenta que la segunda derivada del ángulo es la aceleración angular.

$$\ddot{s} = \frac{ab\left(\omega^2 \cdot \cos\theta + \alpha \cdot \mathrm{sen}\theta\right)}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}} - \frac{\left(ab\omega \cdot \mathrm{sen}\theta\right)^2}{\left(a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta\right)^{3/2}}$$

Reemplazando por los valores dados:

$$\ddot{s} = \frac{15\left(\omega^2 \cdot \cos\theta + \alpha \cdot \mathrm{sen}\theta\right)}{\sqrt{34 - 30\cos\theta}} - \frac{\left(15\omega \cdot \mathrm{sen}\theta\right)^2}{\left(34 - 30\cos\theta\right)^{3/2}}$$