



# **Dinamica**

## **Curso de Verano 2005**

### **Cinetica: Ecuaciones de Impulso y Momentum**

**ITESM**

**Campus Monterrey**

**Departamento de Ingenieria  
Mecanica**

Documento preparado por:

Ing. Jovanny Pacheco B

[jpacheco2002@gmail.com](mailto:jpacheco2002@gmail.com)



## Objetivos del Tema

- Conocer los conceptos de impulso y momentum, tanto lineal como angular.
- Aplicar la ecuación de impulso y cant. de movimiento para resolver problemas en función de tiempo.
- Establecer la diferencia entre fuerzas impulsivas y no impulsivas y como esta diferencia afecta a los análisis en intervalos de tiempos pequeños
- Aplicar el principio de conservación del momentum al estudio del choque excentrico.



# Contenido

- Por qué la ecuación de Impulso Momentum?
- Ecuación para el Momentum Lineal
- Ecuación para el Momentum Angular
- Conservación del Momentum
- Choque excentrico



## Por qué la ecuación de Impulso-Momentum?

- Resultado de aplicar la segunda Ley de Newton

$$a(t)$$

$$\alpha(t)$$

- Algunas veces se requiere obtener velocidades en vez de aceleraciones. Lo anterior implica integrar

$$v(t) = \int a(t) + c$$

$$\omega(t) = \int \alpha(t) + c$$



# Origen

- Partimos de la 2 Ley de Newton

$$\sum \mathbf{F}_{Ext} = m_{sist} \bar{\mathbf{a}}$$

$$\sum \mathbf{F}_{Ext} = \frac{d\mathbf{G}}{dt}$$

$$\sum \mathbf{F}_{Ext} dt = d\mathbf{G}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{F}_{Ext} dt = \int_{\mathbf{G}_0}^{\mathbf{G}_1} d\mathbf{G}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{F}_{Ext} dt = \mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_0$$

*La integral definida por la resultante de fuerzas aplicada en un intervalo de tiempo se conoce como impulso.*



## Origen

- De igual manera, para la ecuación de momentos

$$\sum \mathbf{M}_G = \frac{d\mathbf{H}_G}{dt}$$

$$\sum \mathbf{M}_G dt = d\mathbf{H}_G$$

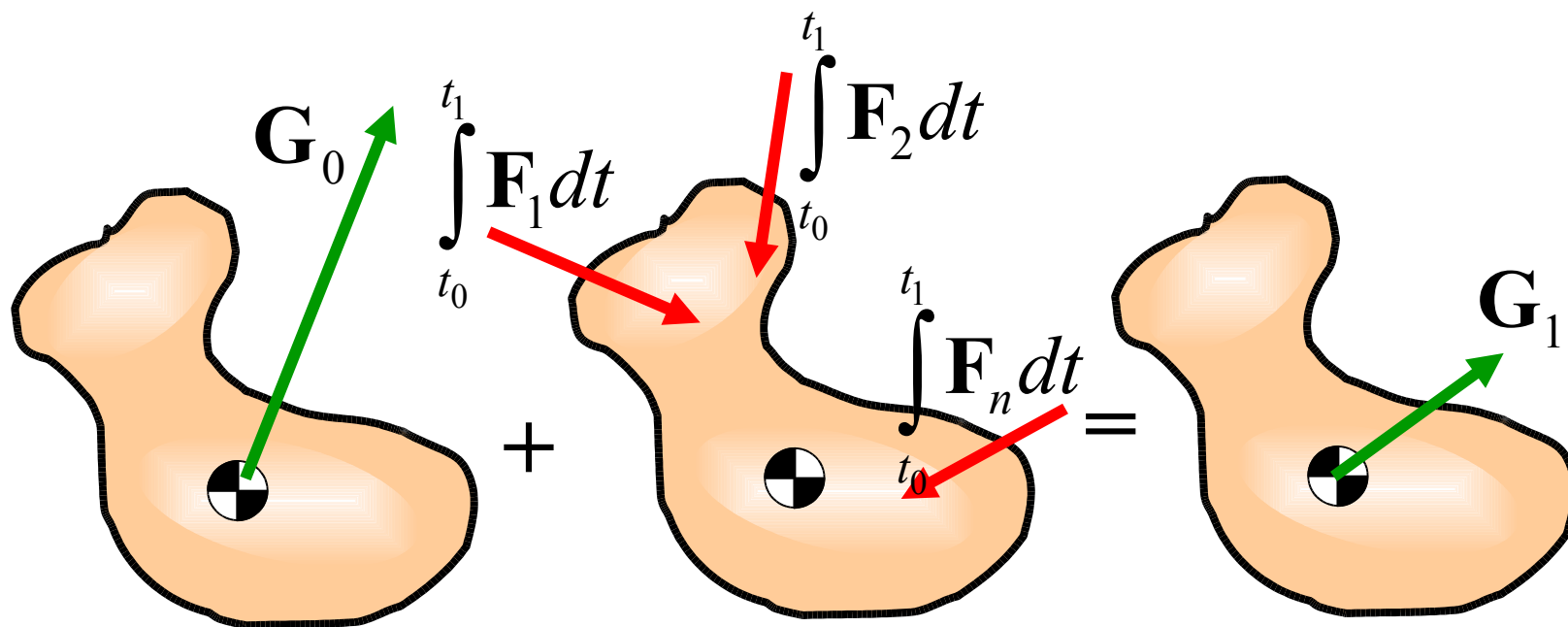
$$\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{M}_G dt = \int_{(\mathbf{H}_G)_0}^{(\mathbf{H}_G)_1} d\mathbf{H}_G$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{M}_G dt = (\mathbf{H}_G)_1 - (\mathbf{H}_G)_0$$

*La integral definida por la resultante de momentos aplicada en un intervalo de tiempo se conoce como impulso angular*



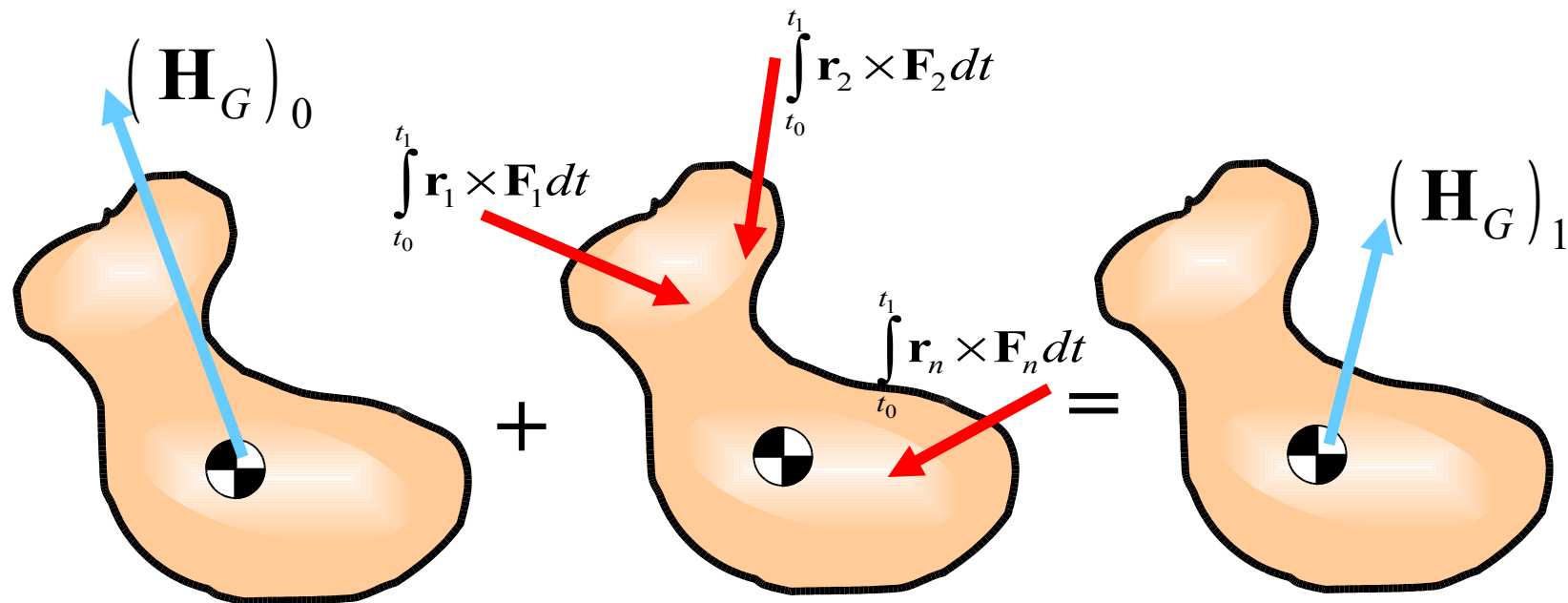
# Ecuaciones de Impulso Momentum



$$\mathbf{G}_0 + \int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{F}_{Ext} dt = \mathbf{G}_1$$



# Ecuaciones de Impulso Momentum



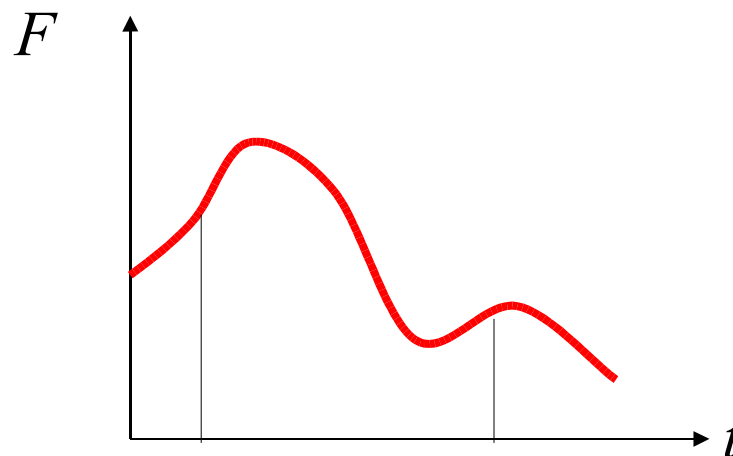
$$(\mathbf{H}_G)_0 + \int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{M}_G dt = (\mathbf{H}_G)_1$$





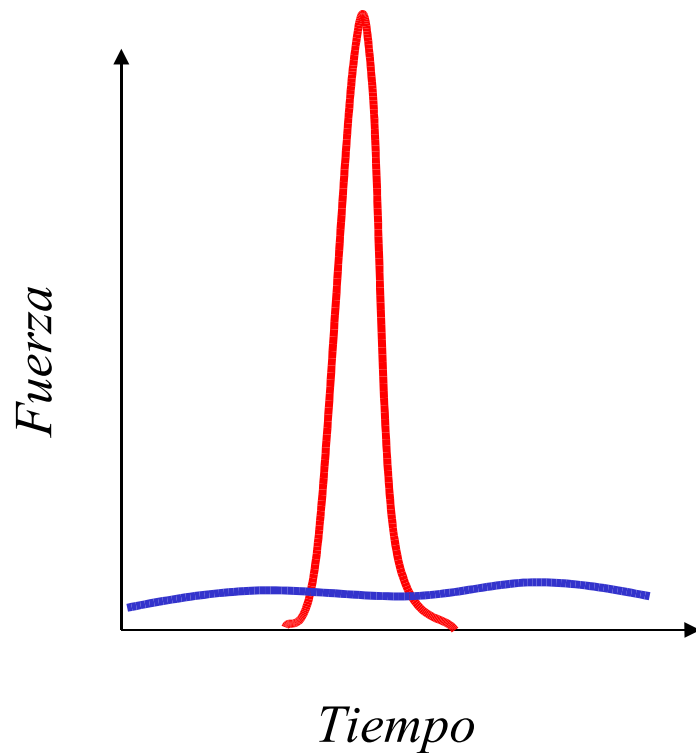
## Métodología de Análisis

- Seleccionar sistema
- Realizar diagramas de:
  - Momentum inicial
  - Fuerzas Impulsivas
  - Momentum Final
- Calcular los impulsos de las fuerzas
- Resolver el sistema de ec. Para las incógnitas planteadas





# Fuerza Impulsiva vs No-Impulsiva



*Si el intervalo de tiempo es muy pequeño. El impulso de las fuerzas constantes es despreciable*



## Conservación del Momentum

Si  $\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{F}_{Ext} dt = 0$   $\mathbf{G}_0 = \mathbf{G}_1$  *Conservación del momentum lineal*

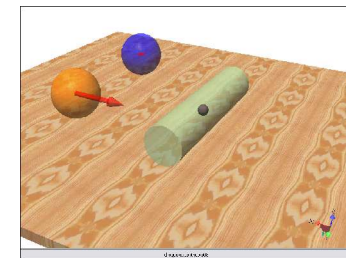
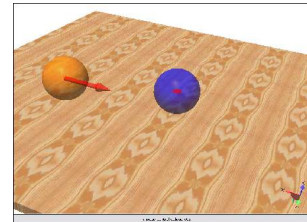
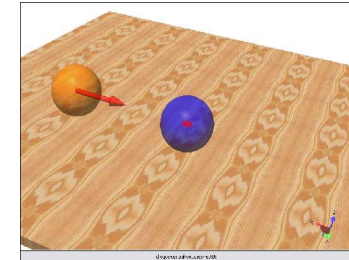
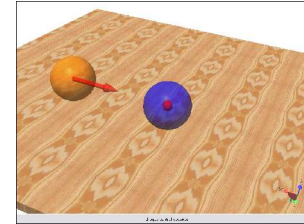
Si  $\int_{t_0}^{t_1} \sum \mathbf{M}_G dt = 0$   $(\mathbf{H}_G)_0 = (\mathbf{H}_G)_1$  *Conservación del momentum angular*

*Lo anterior establece las condiciones para que se conserve tanto el momentum lineal como el angular*



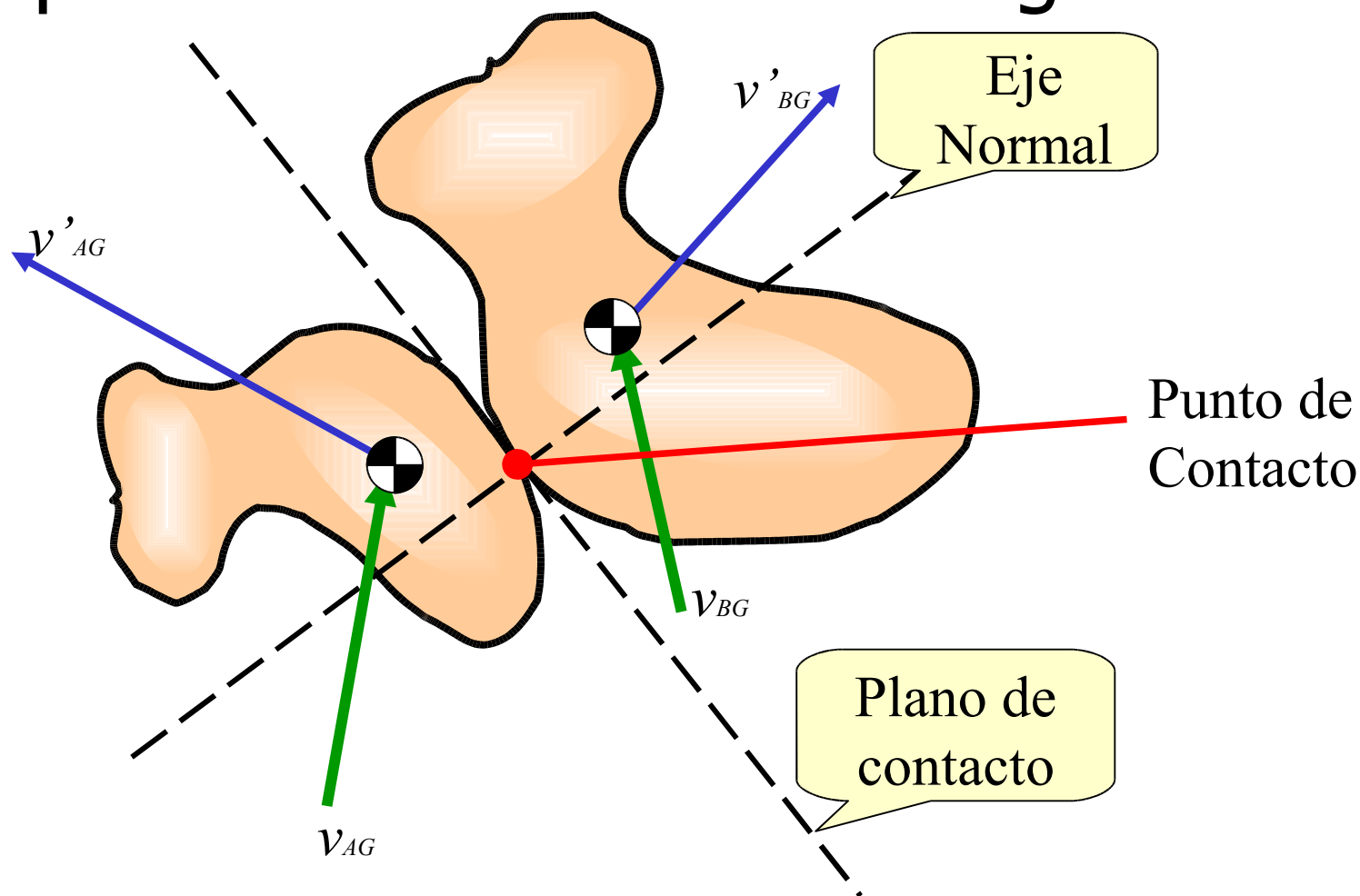
# Colisiones

- Tipos de choque:
  - Según ubicaciones de los centros de masa:
    - Central
    - Excentrico
  - Según velocidades de aproximación
    - Directo
    - Oblicuo



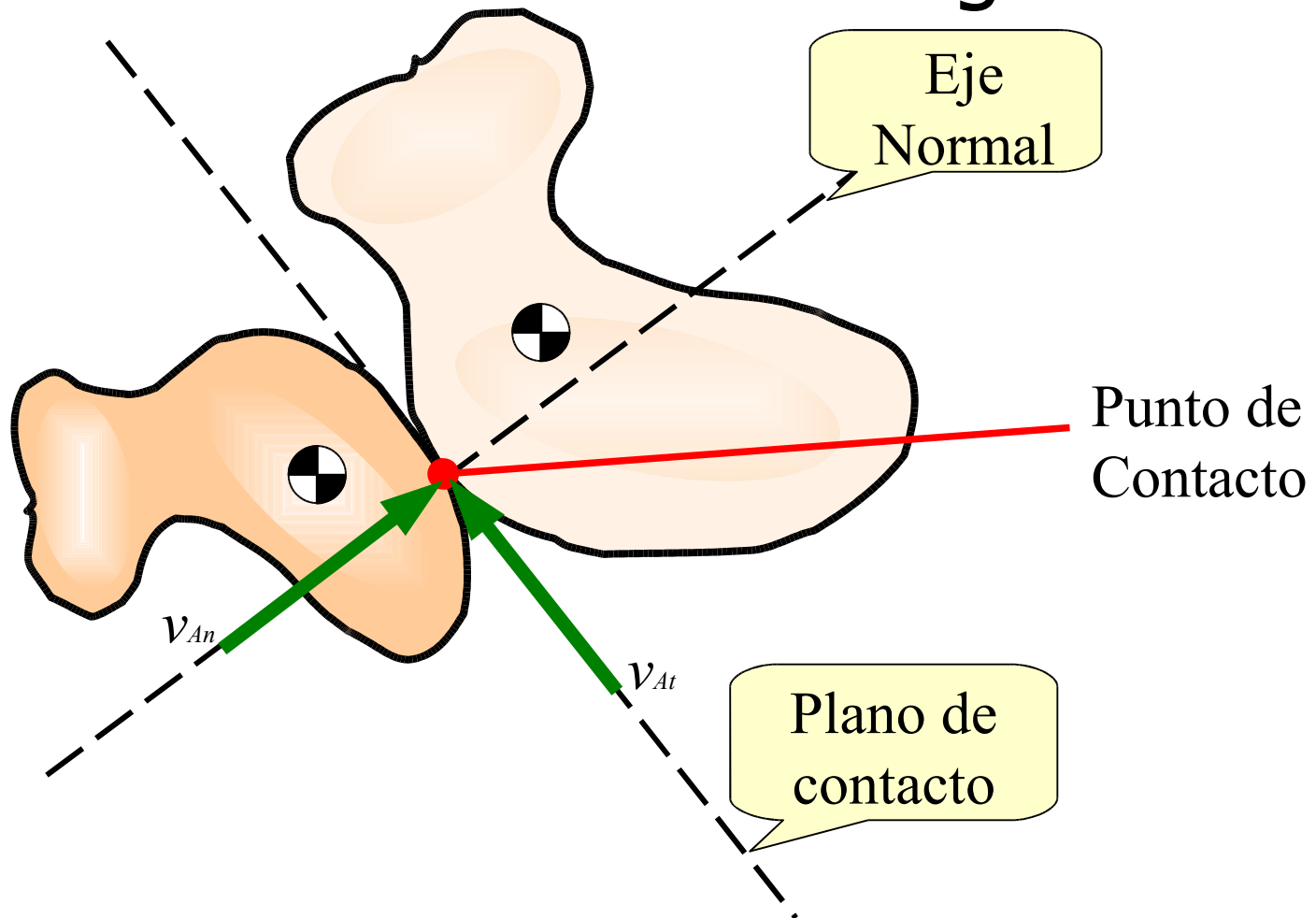


# Choque Excentrico: Terminologia



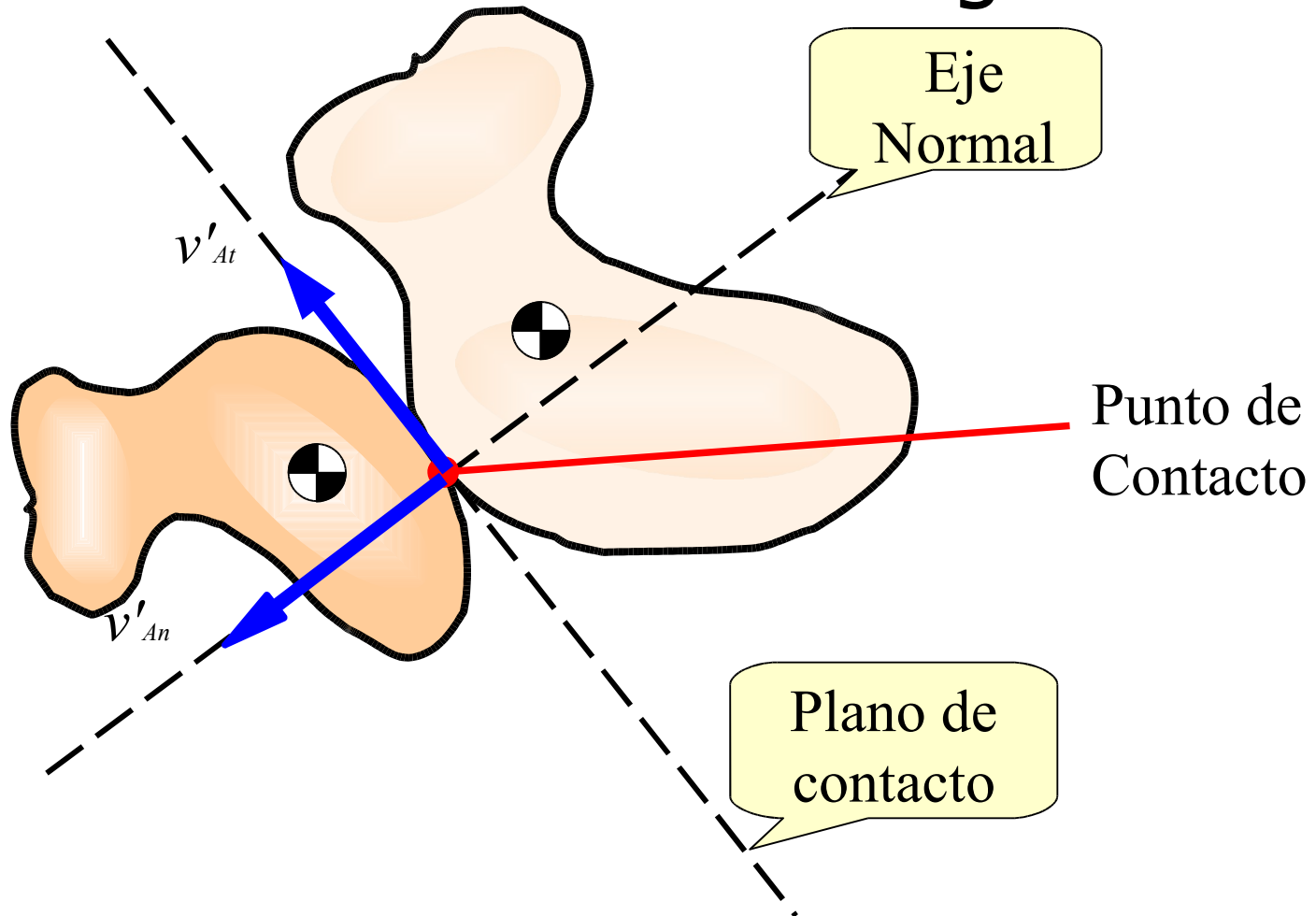


# Choque Excentrico: Terminologia

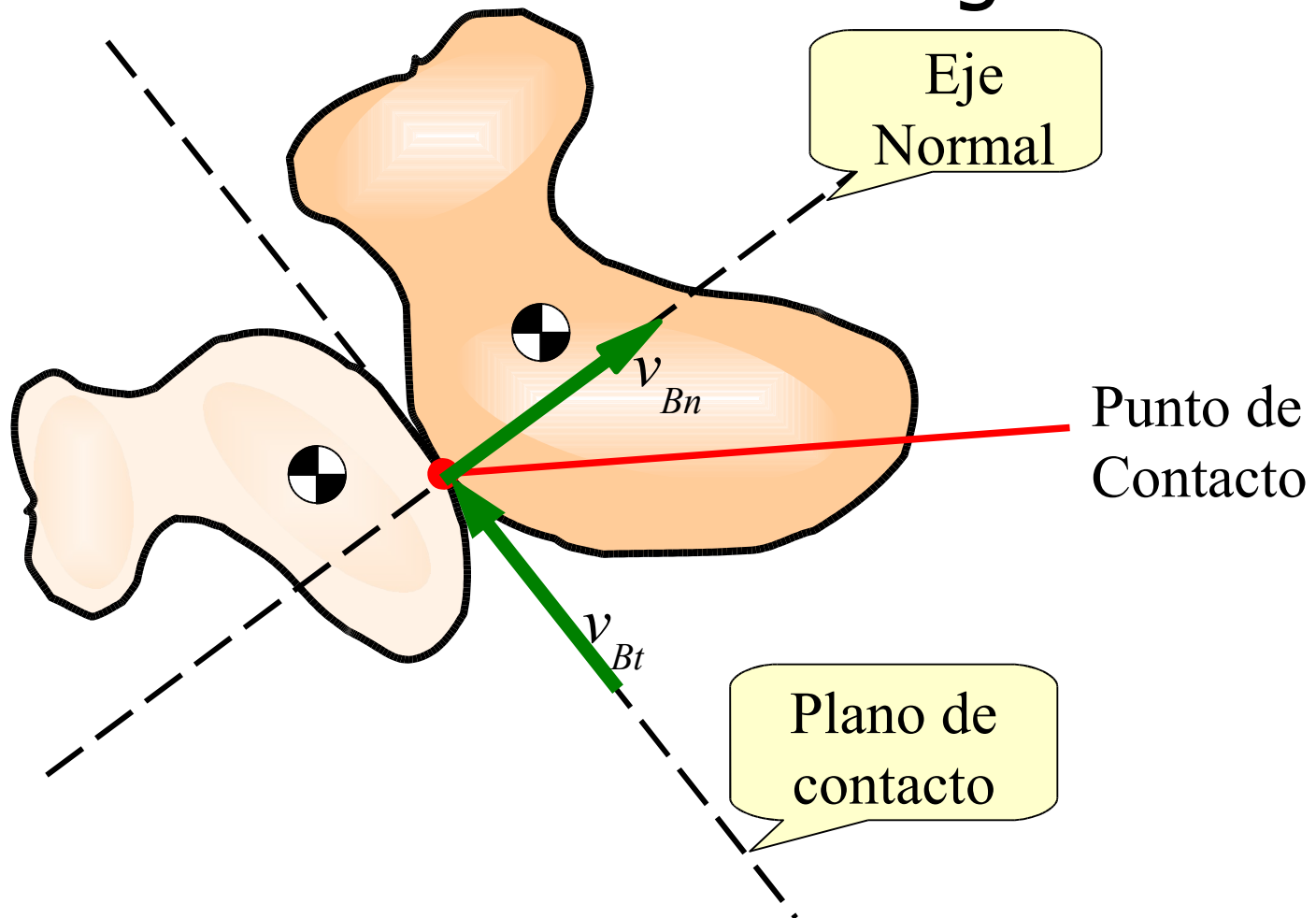




# Choque Excentrico: Terminologia



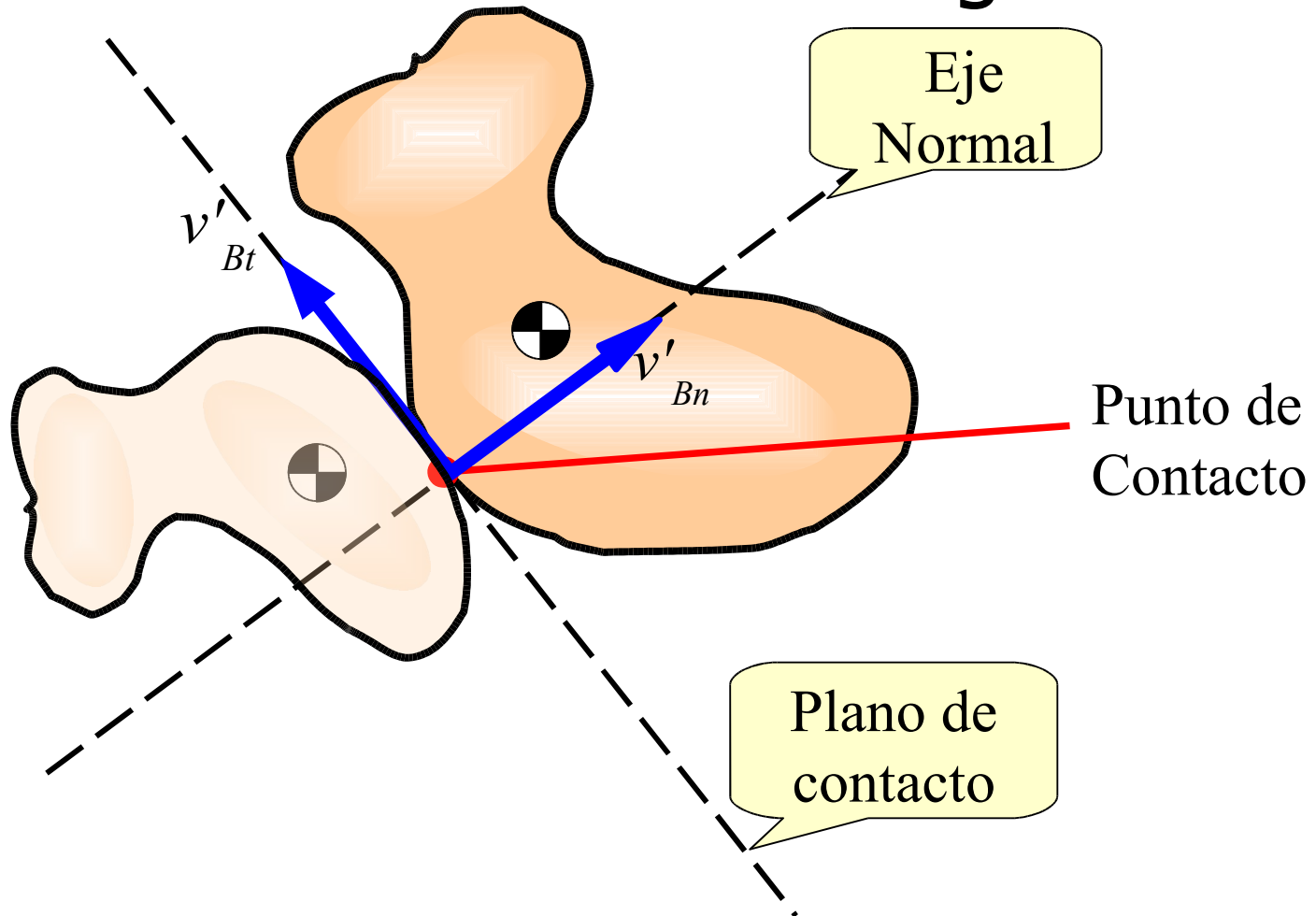
# Choque Excentrico: Terminologia







# Choque Excentrico: Terminologia





# Ecuaciones aplicables al c.m. de los cuerpos

- La aplicación de los principios de impulso y cantidad de movimiento permite obtener un conjunto de tres ecuaciones:

$$1 \quad \boxed{\bar{v}_{At} = \bar{v}'_{At}} \quad 2 \quad \boxed{\bar{v}_{Bt} = \bar{v}'_{Bt}}$$

$$3 \quad \boxed{m_A \bar{v}_{An} + m_B \bar{v}_{Bn} = m_A \bar{v}'_{An} + m_B \bar{v}'_{Bn}}$$

- Esta última ecuación solo es aplicable si ninguno de los cuerpos está cinemáticamente ligado a un tercer cuerpo, tal que pueda ejercer fuerzas impulsivas externas al sistema



## Coeficiente de restitución

- Permite relacionar las componentes normales de las velocidades del punto de contacto antes y después del choque.

$$4 \quad e = \frac{v'_{Bn} - v'_{An}}{v_{An} - v_{Bn}}$$

*El coeficiente de restitución es función de:*

*Materiales, Forma, Velocidad de contacto y debe determinarse experimentalmente*



## Coeficiente de restitución

- Dependiendo del valor que asuma el coeficiente de restitución tendremos tres situaciones físicas:

$$\left\{ \begin{array}{l} e = 0 \text{ Choque perfectamente plástico} \\ 0 < e < 1 \text{ Choque inelástico} \\ e = 1 \text{ Choque perfectamente elástico} \end{array} \right.$$



## Estrategias de análisis

- Choque central directo: usar ecs. 3 y 4 el cm y los puntos de contacto llevan la misma velocidad
- Choque central oblicuo: usar ecs. 1,2,3 y 4
- Choque contra un cuerpo solido inamovible: usar ecs. 1 y 4 y tomar  $v_B = 0$  antes y despues del choque
- Choque excentrico: usar ecs 1,2,3 y 4 relacionando bien las velocidades de los cm's de la de los puntos de contacto.
- Choque excentrico, uno o dos cuerpos ligados externamente: usar 1,2 y 4 y usar la cinemática