



Dinamica

Curso de Verano 2005

Cinetica: Trabajo y Energia

Mecanica

ITESM

Campus Monterrey

Departamento de Ingenieria
Mecanica

Documento preparado por:

Ing. Jovanny Pacheco B

jpacheco2002@gmail.com



Objetivos del Tema

- Conocer y aplicar el concepto de trabajo, calcular el trabajo de las fuerzas más comunes
- Establecer la relación entre el teorema de fuerzas vivas y la 2 Ley. Aplicarlo a la solución de problemas cinéticos
- Establecer la diferencia entre sistemas conservativos y no-conservativos, aplicar el principio de conservación de la energía



Contenido

- Antecedentes: El por qué de los métodos energéticos
- Trabajo de una fuerza:
 - Fuerza constante
 - Fuerza gravitacional
 - Fuerza de un resorte
 - Trabajo de un momento
- El concepto de Potencia
 - Potencia de fuerzas
 - Potencia de momentos
 - Eficiencia de un sistema



Contenido

- Teorema del trabajo y la energía
 - Origen
- La Energía Cinética
 - Energía Cinética de un Sistema de Partículas
 - Energía Cinética de un Cuerpo Rígido
- Conservación de la energía mecánica
 - Fuerzas Conservativas y no-conservativas
 - Energía Potencial de un sistema
 - Análisis cinético mediante balance de energías
 - Obtención de aceleraciones mediante métodos energéticos



Antecedentes

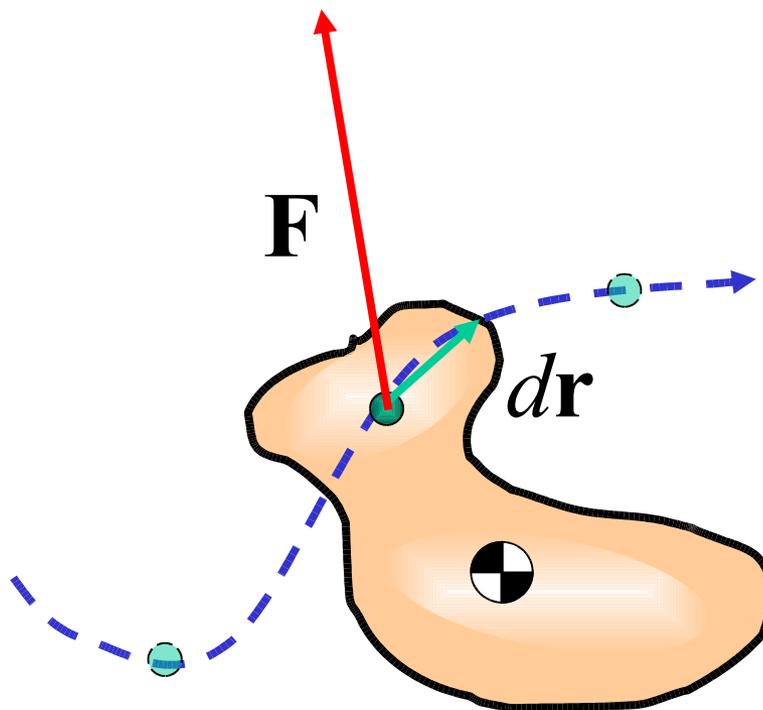
- La aplicación de la segunda Ley puede generar aceleraciones en función de los desplazamientos.
- En muchos sistemas mecánicos es posible apreciar que no todas las fuerzas presentes contribuyen al movimiento del cuerpo.
- En sistemas multicuerpo (varios cuerpos rígidos conectados) la aplicación de la segunda Ley exige en muchos casos desarticular el sistema.



Trabajo de una fuerza

- Definición

$$U_{1-2} = \int_{\Theta} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$



Es una medida de la contribución de una fuerza al desplazamiento finito de un cuerpo



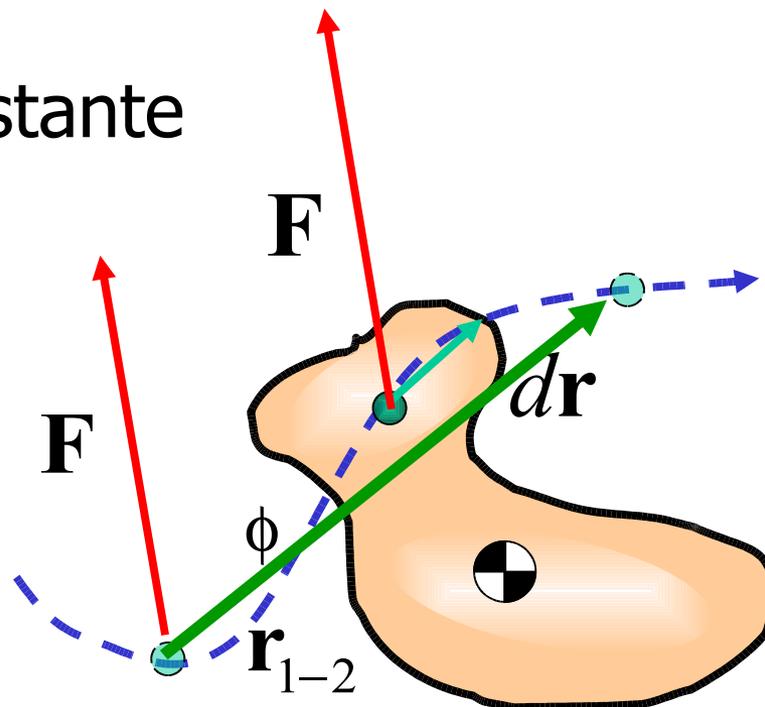
Trabajo de una fuerza

- Trabajo de una fuerza constante

$$U_{1-2} = \mathbf{F} \cdot \int_{\Theta} d\mathbf{r}$$

$$U_{1-2} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}_{1-2}$$

$$U_{1-2} = F s \cos \phi$$



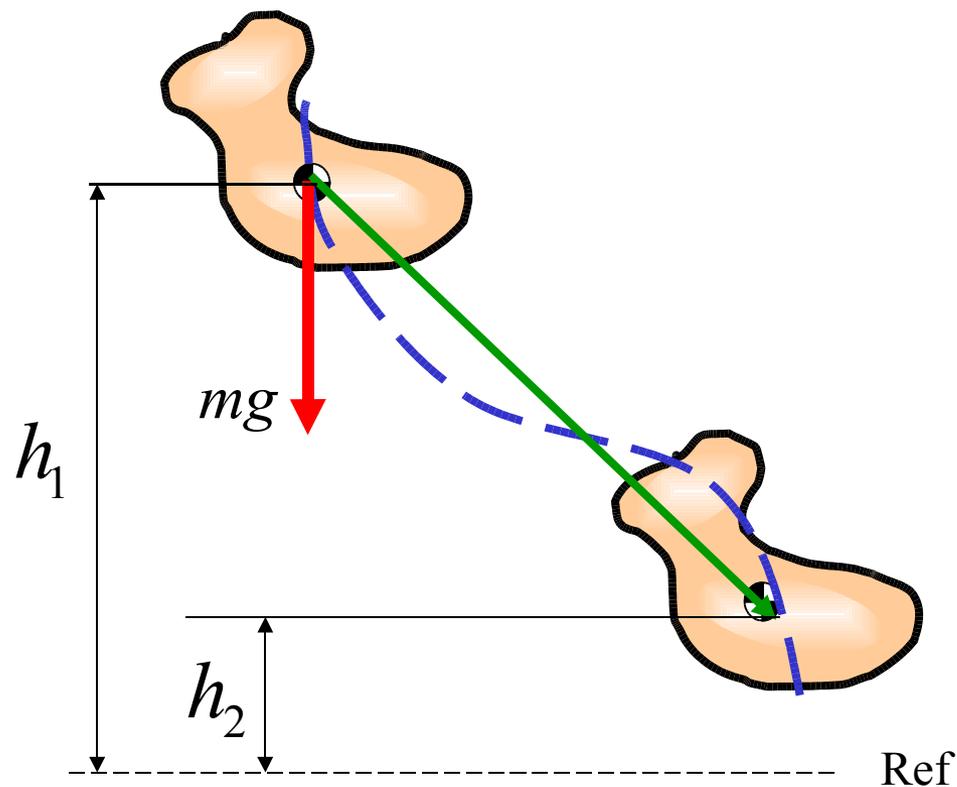


Trabajo de una fuerza

- Trabajo del peso

$$U_{1-2} = mgr \cos\phi$$

$$U_{1-2} = mg(h_1 - h_2)$$





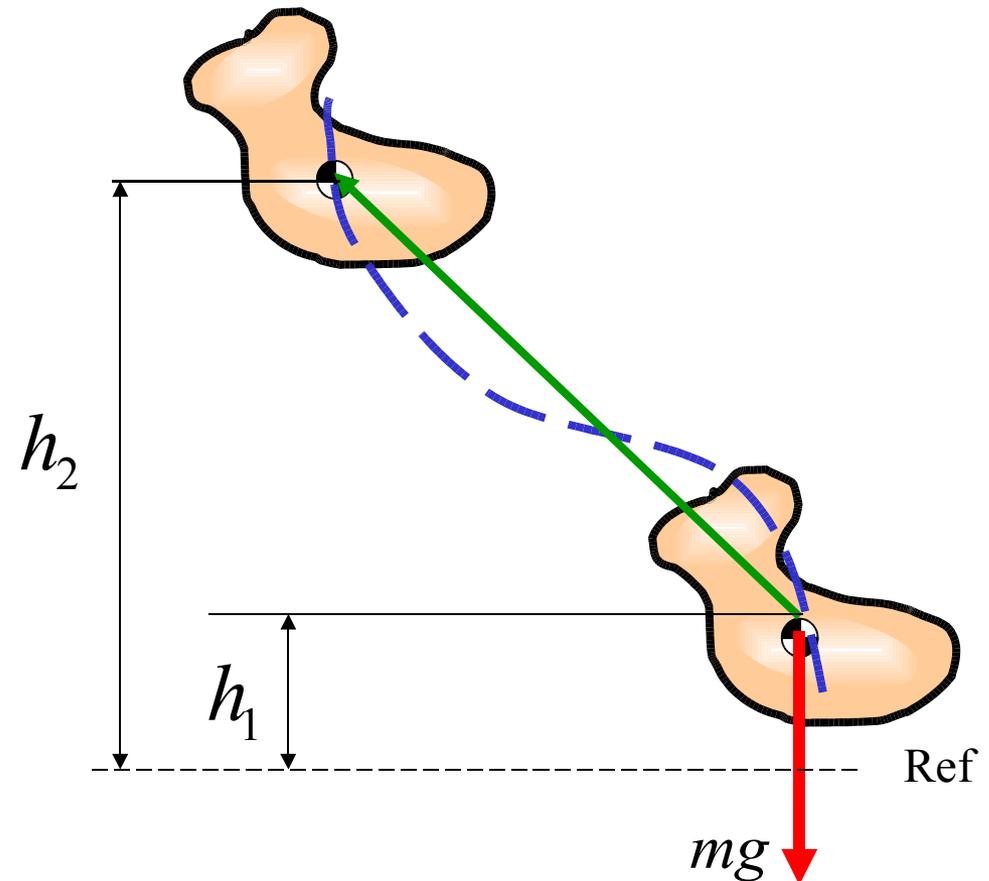
Trabajo de una fuerza

- Trabajo del peso

$$U_{1-2} = mgr \cos \phi$$

$$U_{1-2} = -mg(h_2 - h_1)$$

$$U_{1-2} = mg(h_1 - h_2)$$





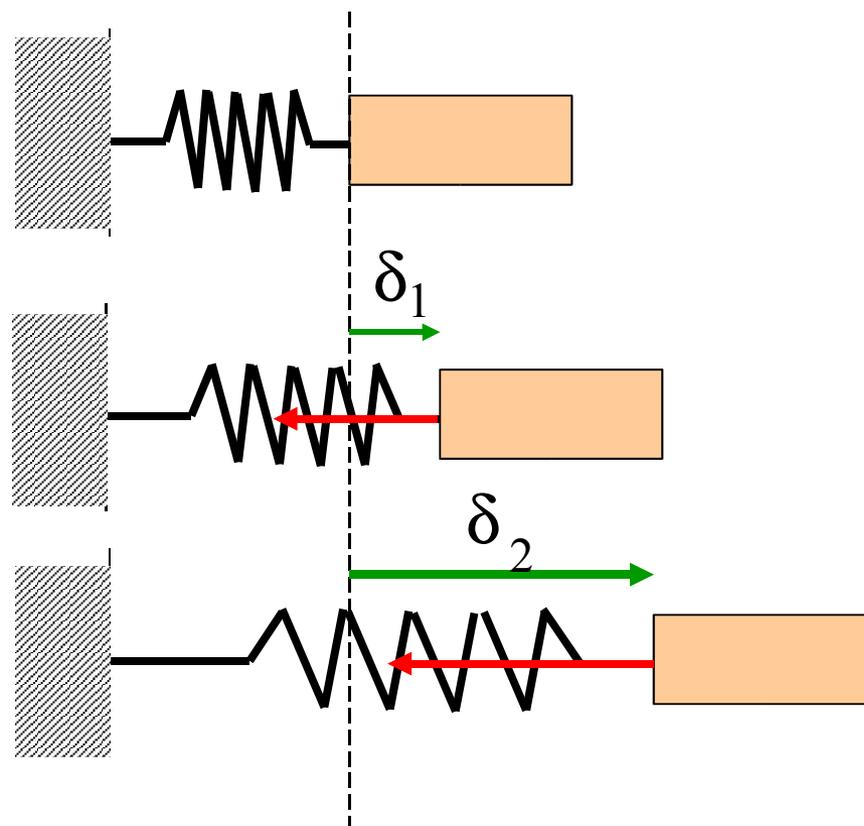
Trabajo de una fuerza

- Trabajo de un resorte

$$U_{1-2} = -\int F d\delta$$

$$U_{1-2} = -\int_{\delta_1}^{\delta_2} k\delta d\delta$$

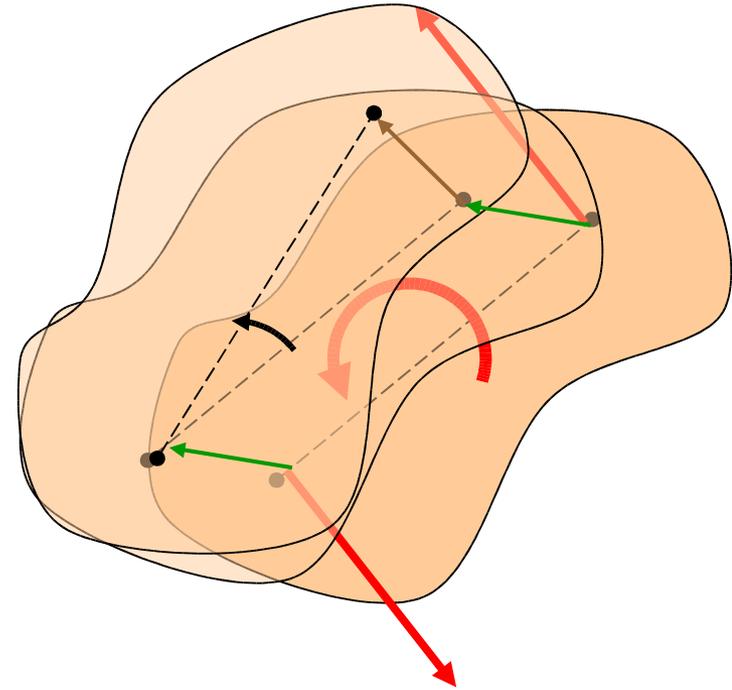
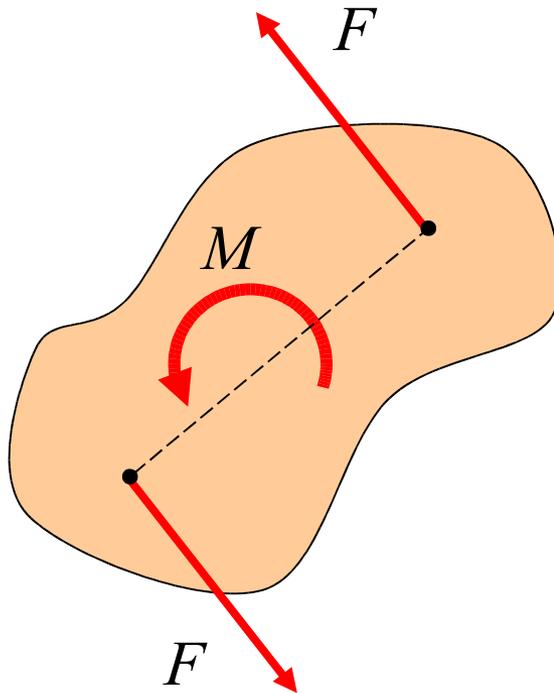
$$U_{1-2} = \frac{1}{2} k\delta_1^2 - \frac{1}{2} k\delta_2^2$$





Trabajo de una fuerza

- Trabajo de un momento





Trabajo de una fuerza

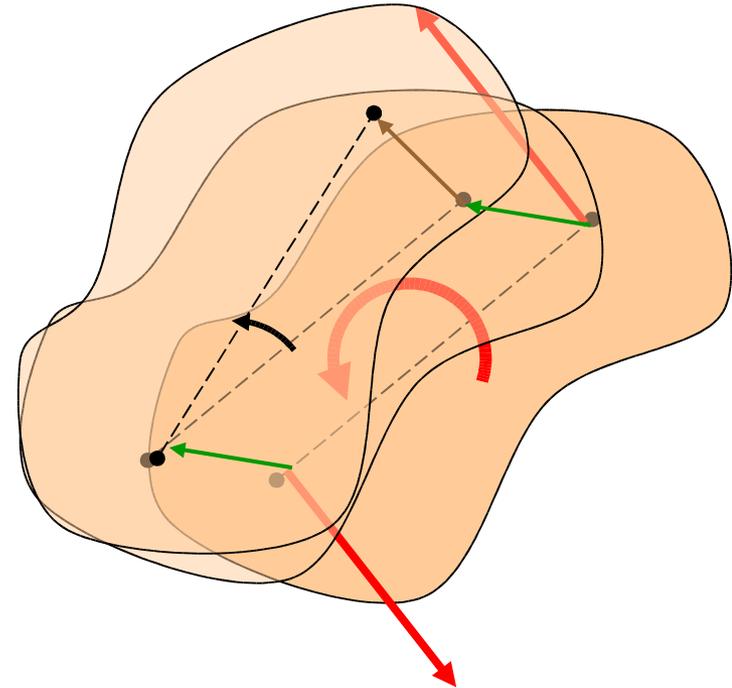
- Trabajo de un momento

$$dU_{1-2} = F dr^*$$

$$dU_{1-2} = F l d\theta$$

$$dU_{1-2} = M d\theta$$

$$U_{1-2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$





Potencia

- El concepto de trabajo no involucra el tiempo. Pero a veces es más importante saber que tan rápido se hace o se requiere trabajo por parte de un sistema.

$$P = \frac{dU}{dt} \text{ pero } dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$



Potencia

- Para el caso del trabajo de un momento

$$P = \frac{dU}{dt} \text{ pero } dU = Md\theta$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{Md\theta}{dt} = M \frac{d\theta}{dt}$$

$$P = M\omega$$



Eficiencia

- Un sistema mecánico pierde algo de potencia en vencer fuerzas como la fricción.
- La eficiencia mide la razón de la potencia de salida respecto a la potencia suministrada al sistema

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$



Teorema del Trabajo y la Energía

- Origen:

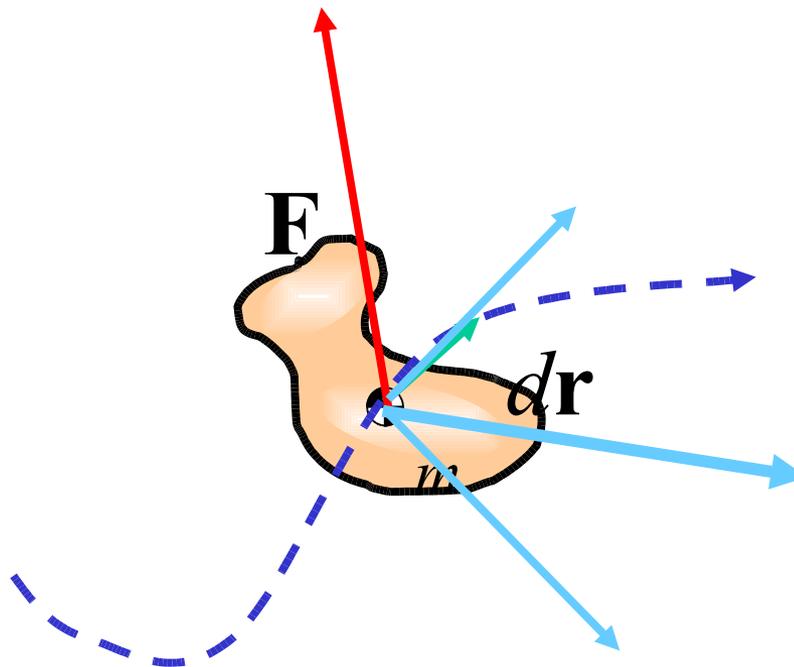
$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$dU = m\mathbf{a} \cdot d\mathbf{r}$$

$$dU = ma_t \cdot ds$$

$$dU = m \frac{dv}{dt} \cdot ds$$

$$dU = mdv \frac{ds}{dt} = mv dv$$





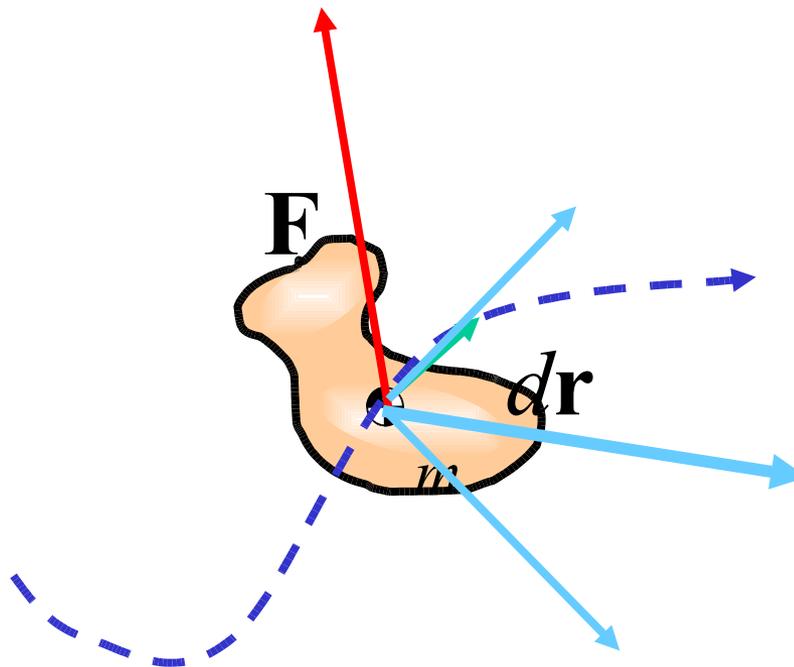
Teorema del Trabajo y la Energía

- Integrando:

$$U_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} mv dv$$

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$





Teorema del Trabajo y la Energía

- También es llamado, Teorema de Fuerzas Vivas
- El teorema del trabajo y la energía establece que el trabajo realizado por las fuerzas activas sobre un sistema dado es equivalente al cambio en la energía cinética del mismo.
- Este teorema es aplicable tanto a partículas como a sistemas de cuerpos rígidos.
- Para poder aplicarlo a sistemas más complejos es necesario conocer las expresiones que representan la energía cinética en diferentes tipos de sistemas



Energía Cinética de Un cuerpo Rígido

- Para un Cuerpo en Movimiento Tridimensional General

$$T = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{H}_G + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{G}$$

- Para un cuerpo en movimiento Plano General

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$



Energía Cinética de Un cuerpo Rígido

- Para un Cuerpo en rotación respecto a O

$$T = \frac{1}{2} I_O \omega^2$$

- Para un cuerpo en movimiento Plano General con centro de velocidades C

$$T = \frac{1}{2} I_C \omega^2$$



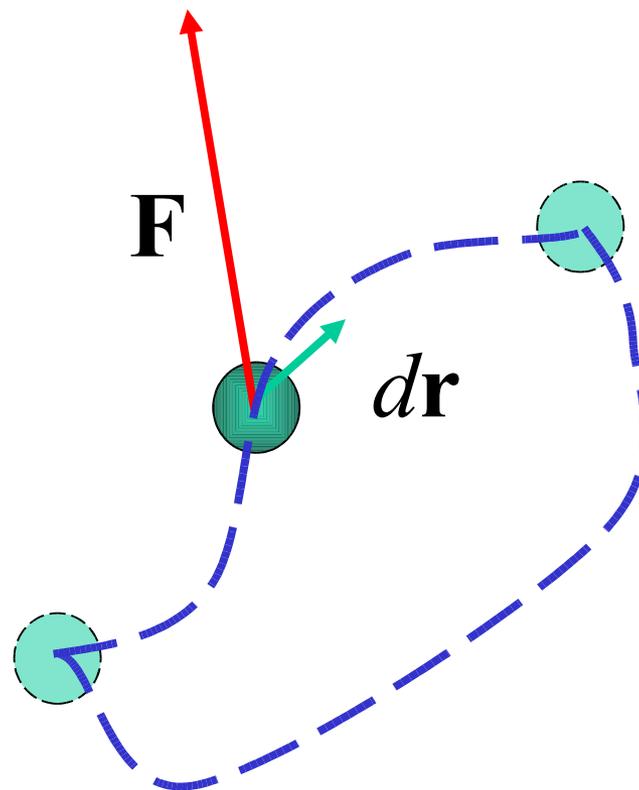
Conservación de la Energía

- Fuerzas Conservativas

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Son ejemplos de fuerzas conservativas:

- Peso
- F. Elásticas





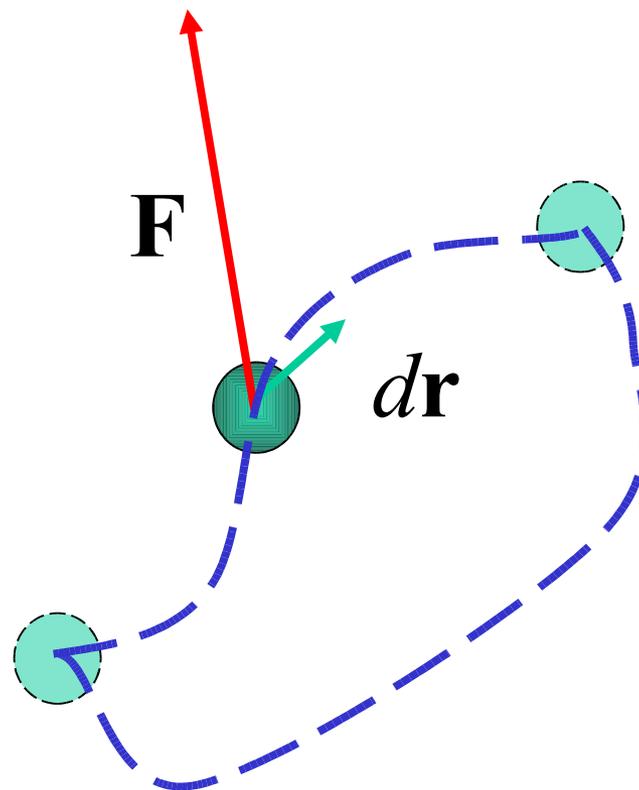
Conservación de la Energía

- Fuerzas No-Conservativas

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \neq 0$$

Son ejemplos de fuerzas no-conservativas:

- Fricción seca
- Amortiguamiento viscoso





Conservación de la Energía

- Teniendo en cuenta lo anterior, podemos reescribir el teorema del trabajo y la energía.

$$U_{1-2} = mg(h_1 - h_2)$$

$$U_{1-2} = V_{g1} - V_{g2}$$

$$V_g = mgh$$

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}k\delta_1^2 - \frac{1}{2}k\delta_2^2$$

$$U_{1-2} = V_{e1} - V_{e2}$$

$$V_e = \frac{1}{2}k\delta^2$$



Conservación de la Energía

- El trabajo de una fuerza conservativa puede evaluarse tomando únicamente los puntos extremos.

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$

$$U'_{1-2} + V_{g1} - V_{g2} + V_{e1} - V_{e2} = T_2 - T_1$$

$$U'_{1-2} + V_{g1} + V_{e1} + T_1 = V_{g2} + V_{e2} + T_2$$

Donde U'_{1-2} es el trabajo de las fuerzas no-conservativas



Análisis Cinético Mediante Energías

- Seleccionar Sistema
- Establecer posiciones extremas para análisis
- Establecer nivel de referencia
- Expresar energías potenciales para posiciones extremas
- Expresar energías cinéticas para posiciones extremas. A veces es necesario escribir relaciones cinemáticas.
- Calcular los trabajos de fuerzas conservativas si es caso.