3. Movimiento Relativo: Sistemas de Coordenadas en Traslación (SCT), Aceleraciones

Ultima revisión 30/05/2005

Si partimeos de la ecuacion vectorial de velocidades relativas.

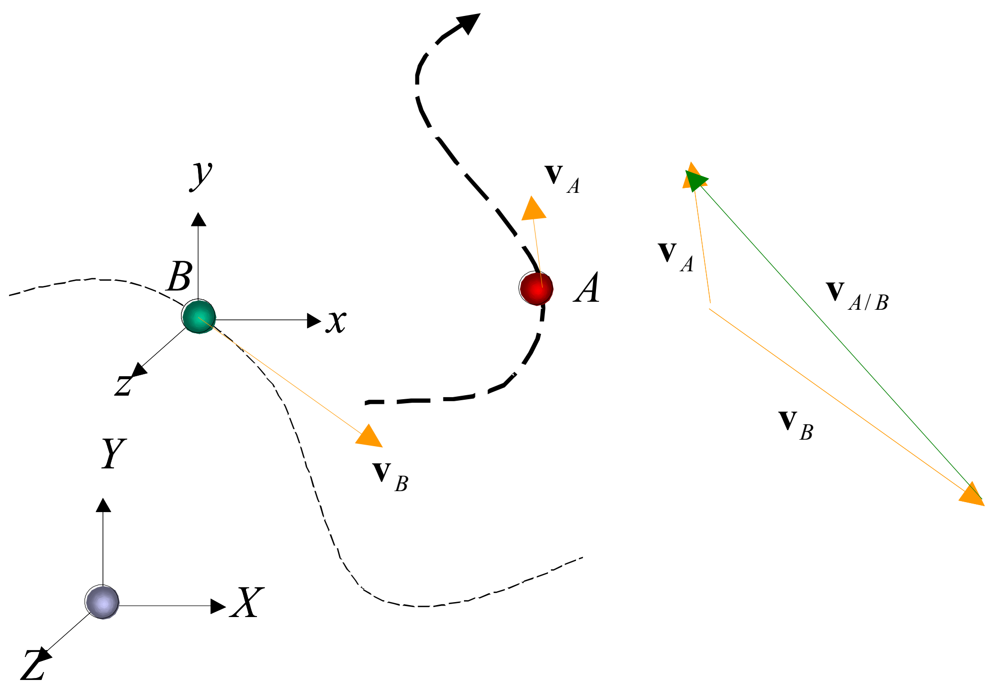
$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{A/B} \qquad \textbf{[3.1]}$$

Derivando Nuevamente con respecto al tiempo:

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{A/B} \qquad \textbf{[3.2]}$$

Donde $\mathbf{a}_{A/B} = \dfrac{d^2\mathbf{r}_{A/B}}{dt^2}$ lo llamaremos aceleración relativa de A visto desde B.

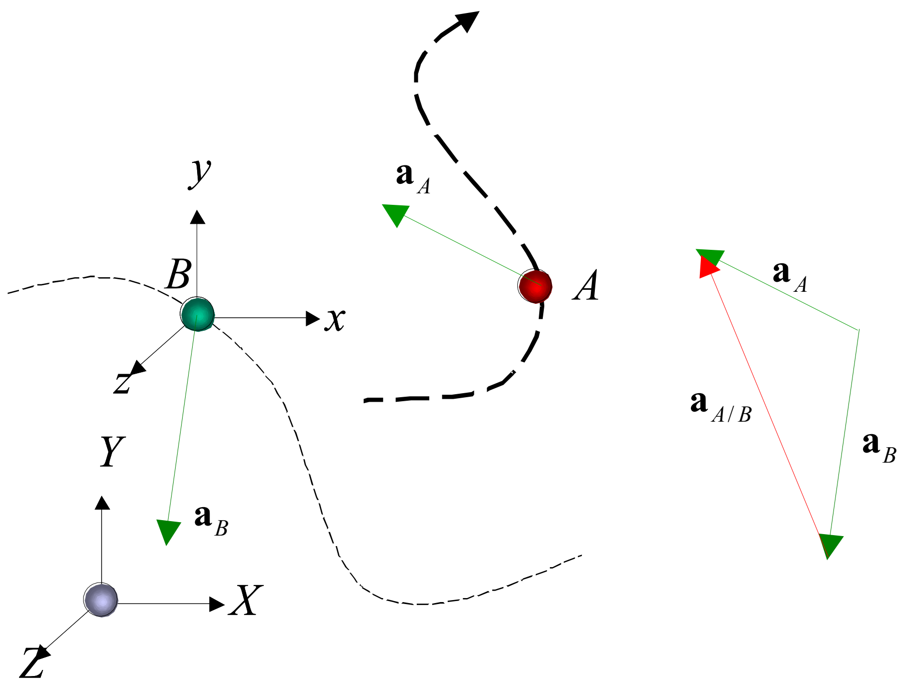
Las ecuaciones 3.1 y 3.2 pueden representarse mediante los llamados triángulos de velocidades y aceleraciones*.



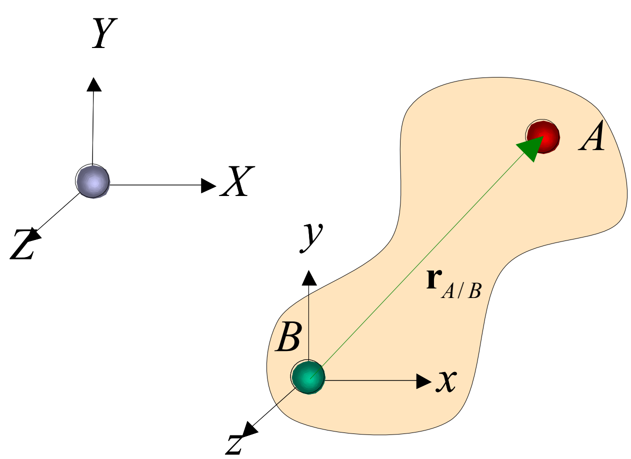
Observe que la velocidad relativa no es tangente a la trayectoria "absoluta" de la partícula, pero si es tangente al lo que llamaremos *Trayectoria Relativa* o la trayectoria de la particula

* Como la aceleración puede descomponerse en componente tangencial y normal el triángulo de aceleraciones se convierte generalmente en un polígono.

vista por el observador en movimiento. Vemos que en general la trayectoria relativa y "absoluta" son diferentes pero están relacionadas por el movimiento del observador.



3.2. Aplicación al movimiento bidimensional de cuerpos rígidos



Partiendo de la ecuacion de velocidades relativas para un cuerpo rigido.

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \vec{\omega} \times \mathbf{r}_{A/B} \quad [3.3]$$

Es posible obtener una ecuación de aceleraciones si hallamos:

$$\mathbf{a}_{A/B} = \frac{d^2\mathbf{r}_{A/B}}{dt^2}$$

En este caso usaremos la ec. 2.7 para hallar la aceleración relativa más fácilmente:

$$\mathbf{a}_{A/B} = \frac{d\mathbf{v}_{A/B}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\omega}\times\mathbf{r}_{A/B}\right) = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\mathbf{r}_{A/B} + \vec{\omega}\times\frac{d\mathbf{r}_{A/B}}{dt}$$

Donde: $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\alpha}$ la llamaremos aceleración angular del cuerpo rígido

$$\mathbf{a}_{A/B} = \vec{\alpha}\times\mathbf{r}_{A/B} + \vec{\omega}\times\mathbf{v}_{A/B} \qquad \textbf{[3.4]}$$

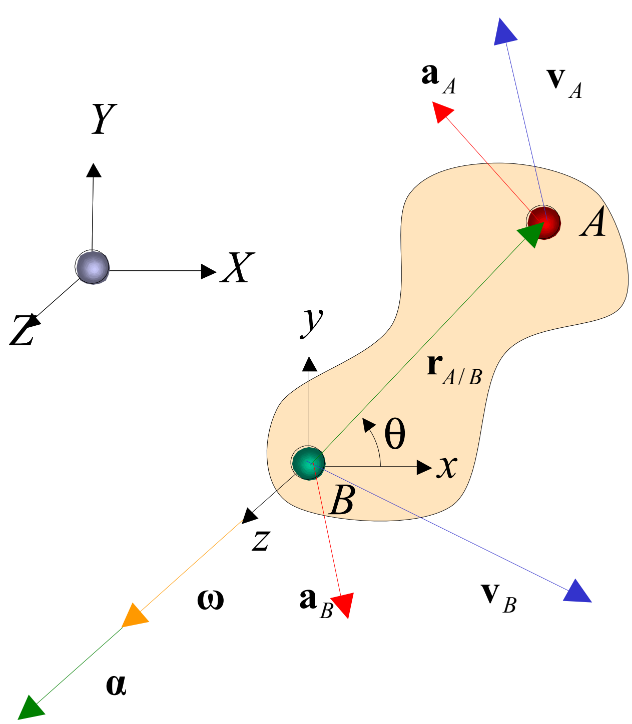
o

$$\mathbf{a}_{A/B} = \vec{\alpha}\times\mathbf{r}_{A/B} + \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\mathbf{r}_{A/B} \qquad \textbf{[3.5]}$$

Reemplazando en la ecuación 3.2 obtendremos la ecuación de aceleraciones relativas para cuerpos rígidos.

$$\mathbf{a}_{A} = \mathbf{a}_{B} + \vec{\alpha}\times\mathbf{r}_{A/B} + \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\mathbf{r}_{A/B} \qquad \textbf{[3.6]}$$

Esta relación de aceleraciones se muestra en la siguiente figura:



Aquí se puede apreciar que las componentes de la aceleración relativa coinciden con la componente tangencial y normal del movimiento de A visto desde B. Así que:

$$\mathbf{a}_{A/B} = \begin{cases} \left(\mathbf{a}_{A/B}\right)_t = \vec{\alpha} \times \mathbf{r}_{A/B} \\ \left(\mathbf{a}_{A/B}\right)_n = \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \mathbf{r}_{A/B} \end{cases} \qquad \textbf{[3.7]}$$

La componente de la aceleración normal puede expresase en una forma más simple si los puntos seleccionados del cuerpo rígido se encuentran en el plano XY del movimiento.

$$\left(\mathbf{a}_{A/B}\right)_n = \omega\mathbf{k} \times \omega\mathbf{k} \times \left(r_x\mathbf{i} + r_y\mathbf{j}\right) = \omega\mathbf{k} \times \left(\omega r_x\mathbf{j} - \omega r_y\mathbf{i}\right) = \left(-\omega^2 r_x\mathbf{i} - \omega^2 r_y\mathbf{j}\right)$$

Lo que puede escribirse como:

$$\left(\mathbf{a}_{A/B}\right)_n = -\omega^2\mathbf{r}_{A/B} \qquad \textbf{[3.8]}$$

Es importante hacer notar que esta ecuación no es válida para el caso tridimensional general del movimiento de un cuerpo rígido, ya sea porque el eje de rotación sea diferente de Z o porque alguno de los puntos no pertenezca al planos xy. A diferencia de la ec. 3.8, las ecuaciones 2.7 y 3.8 son también válidas para analizar movimiento tridimensional de un cuerpo rígido.